

Science des Matériaux *Materials Science*

Unités d'enseignement disciplinaire
Centre d'Aix en Provence

Propriétés physiques des matériaux **Élasticité** **Classe des matériaux** **Plasticité** **Comportement élastoplastique**

L. Barrallier¹

¹ENSAM Aix en Provence

21 novembre 2007

Contenu

Introduction

Propriétés physiques et mécaniques (rigidité)

- Propriétés thermiques
- Conductivité électrique
- Propriétés diélectriques
- Propriétés magnétiques

Comportement mécanique

- Mécaniques – Rappel
- Élasticité

Classe des matériaux, approche d'Ashby

Plasticité

- Dislocation
- Défauts cristallins

Comportement élastoplastique

- Courbe de traction

Bibliographie

Introduction

Présentation

Objectif

- ▶ Donner les bases physiques nécessaires à la compréhension des phénomènes physiques et des mécanismes de transformation structurale qui interviennent dans les procédés de mise en forme et de fabrications
- ▶ Donner une connaissance générale des différents matériaux utilisés en construction ainsi que leurs conditions d'emploi
- ▶ Avoir des bases solides pour d'éventuels approfondissements dans ce domaine et pour la mise en oeuvre d'une démarche critique et innovante

Un support

- ▶ Unité d'enseignement adossé principalement aux activités de transfert et de recherche de l'Équipe MécaSurf
- ▶ Enseignants : Jean-Éric Masse, Asma Belhadj, Lorelei Commin, Laurent Barrallier

Propriétés physiques

Capacité thermique 1/2

► Capacités thermiques (C)

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

avec dQ apport de chaleur et T température

► volume constant^a (C_v)

$$C_v = \left(\frac{dE}{dT} \right)_v \quad dE \text{ énergie interne}$$

► pression constante (C_p)

$$C_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p \quad dH \text{ enthalpie}$$

► Influence de la température, agitation thermique

$$C_v = \underbrace{cT}_{\text{électrons libres}} + \underbrace{bT^3}_{\text{agitation atomes}}$$

^adifficile à réaliser pour les solides

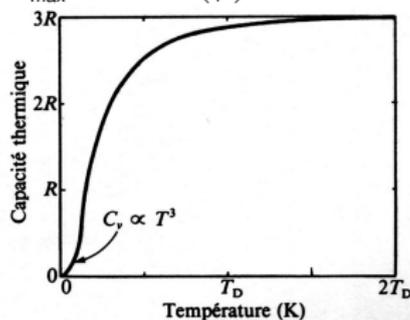
$$\text{avec } b \sim \frac{12\pi^4}{5} \frac{R}{T_D}$$

$$T_D = \frac{hE^{1/2}}{k\lambda_{\text{mini}}\rho^{1/2}} \text{ est la température de Debye}$$

$R = 8,314 \text{ JK}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ constante des gaz parfaits
 E module d'Young, ρ densité

$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ constante de Boltzman
 $h = 6,62607554 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ constante de Plank

$\lambda_{\text{mini}} \sim \frac{V_s}{\nu_{\text{max}}}$ avec $V_s = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2}$ vitesse du son



Influence de la température sur la capacité thermique

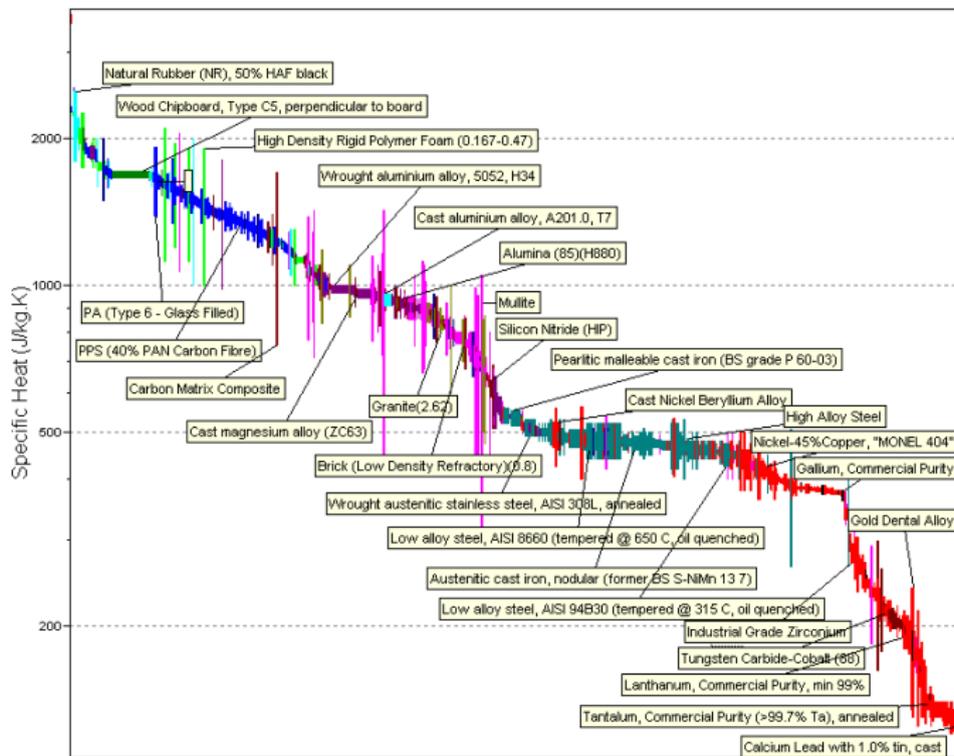
Propriétés physiques

Capacité thermique 2/3

Élément	T_D [K]	C_v [J/mol.K]	Élément	T_D [K]	C_v [J/mol.K]
Li	400	20,7	Zn	234	25,4
Be	1000	21,8	Ge	360	26,0
B	1250	19,3	Zr	250	28,9
C (diam.)	1860	13,3	Mo	380	23,7
Na	150	28,0	Ag	15	23,8
Mg	318	24,6	Cd	120	25,9
Al	394	24,3	W	310	25,0
Si	625	24,7	Pt	230	25,9
Ti	400	25,1	Au	170	25,2
Cr	460	23,7	Hg	100	27,2
Fe	420	22,2	Pb	88	25,6
Ni	375	25,7	Bi	120	25,5
Cu	315	24,5	Th	100	26,3

Propriétés physiques

Capacité thermique 3/3



Capacité thermique des matériaux

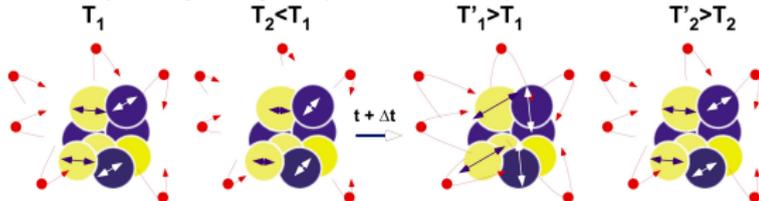
Propriétés physiques

Conductivité thermique

► Flux thermique

$$J = -K \frac{dT}{dx}$$

J quantité d'énergie qui traverse une unité de surface par unité de temps, le signe - signifie que le flux ↗ lorsque T ↘

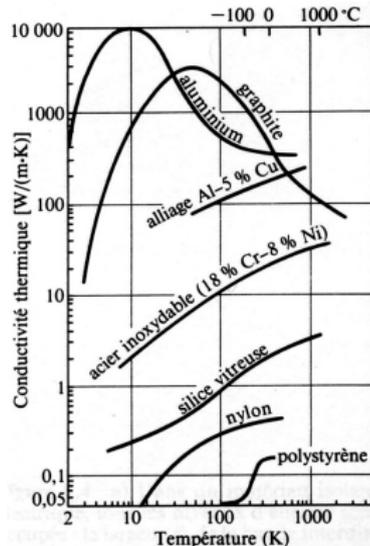


- effet électronique (métaux)
- effet atomique (liaison ionique et covalente)

- $K = K_e + K_p$ avec e pour électron p pour proton
notion de phonon pour l'agitation thermique, $K_p \approx 1\% K_e$
- $K_i \sim \frac{1}{3} (C_V)_i \nu_i l_i$ avec ν_i mobilité l_i libre parcours
 $(C_V)_e \approx 10\% C_V \Rightarrow K_{\text{métallique}} > K_{\text{non métallique}}$

► Influence de la température

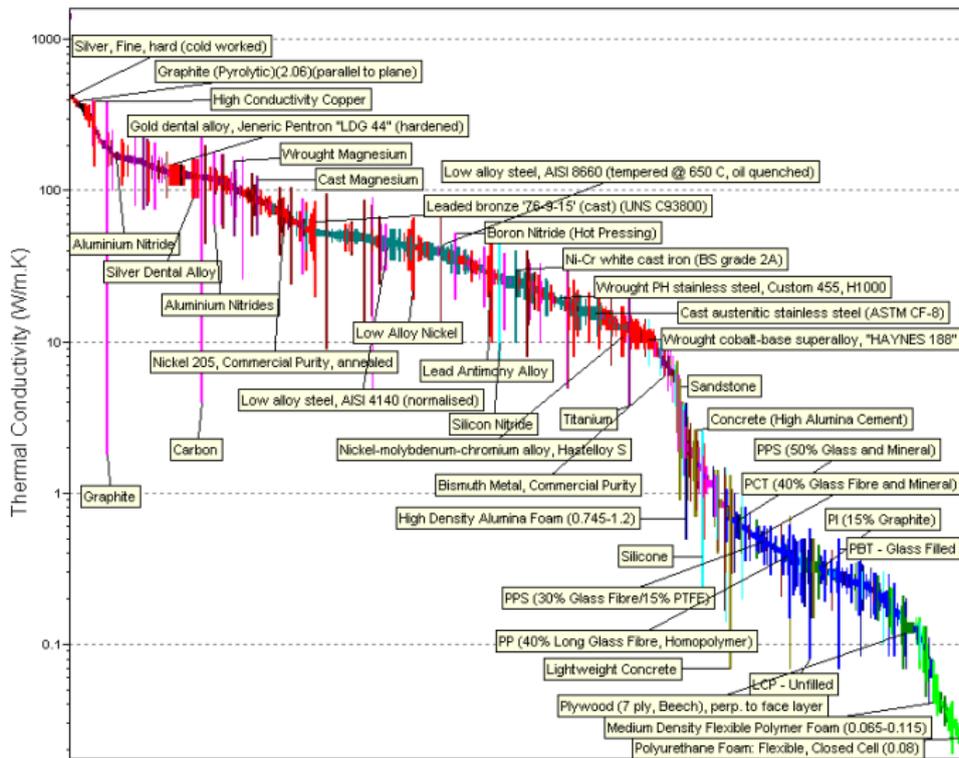
- Effet de la microstructure (acier inoxydable)
- Isolant thermique \Rightarrow faible libre parcours moyen des phonons \Rightarrow matériaux poreux



Influence de la température conductivité thermique

Propriétés physiques

Conductivité thermique 2/2

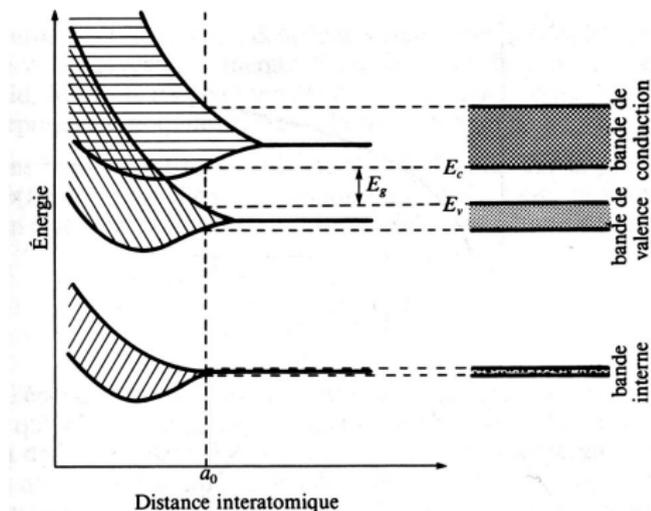


Conductivité thermique des matériaux

Propriétés physiques

Propriétés électriques 1/5

- Théorie (très) simplifiée des bandes



Théorie des bandes – $T = 0\text{K}$, $E_C(e^-) = 0$

$$E_g \begin{cases} > 0 & \Rightarrow \text{isolant} \\ \leq 0 & \Rightarrow \text{métal} \end{cases}$$

Propriétés physiques

Propriétés électriques 2/5

► Résistivité électrique

$$\rho = \frac{E}{n_e \bar{v} e}$$

E champ électrique

n_e nombre d'électrons par unité de volume

$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C charge de l'électron, \bar{v} mobilité

$$\bar{v} = \frac{e E l_e}{2 m_e \nu} \text{ avec } \nu \simeq \left(\frac{3 k T}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

l_e libre parcours de l'électron moyen

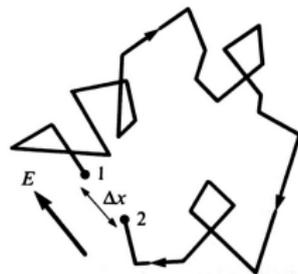
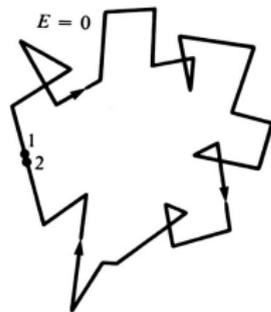
$\bar{v} \ll \nu$

$\bar{v} = 0,22$ m/s pour $E = 1000$ V/m

$\nu = 8,4 \cdot 10^4$ m/s

► Relation avec la conductivité thermique

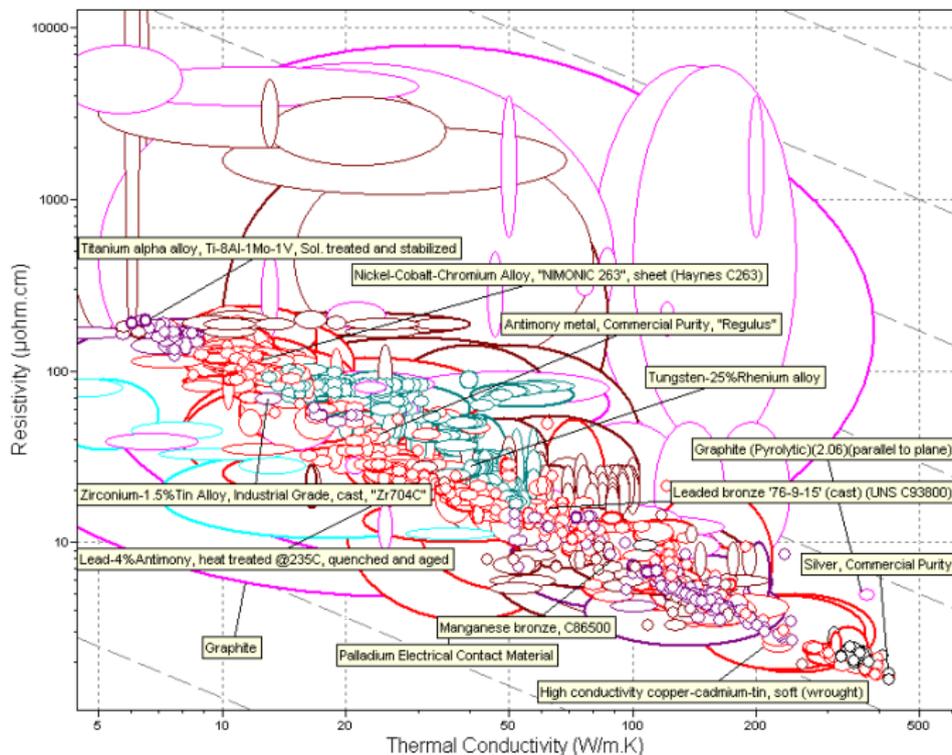
$$\rho = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{K}{e} \right) T \text{ loi de Wiedemann-Franz}$$



Vitesse des électrons libres

Propriétés physiques

Conductivité électrique 3/5



Loi de Wiedemann-Franz dans le cas des métaux

Propriétés physiques

Propriétés électriques 4/5

- Influence de la température

$$\rho \begin{cases} = \rho_0(1 + \beta(T - T_D)) & \text{pour } T \geq 0,2T_D \\ \sim \frac{\rho_0}{T^5} & \text{pour } T < 0,2T_D \end{cases}$$

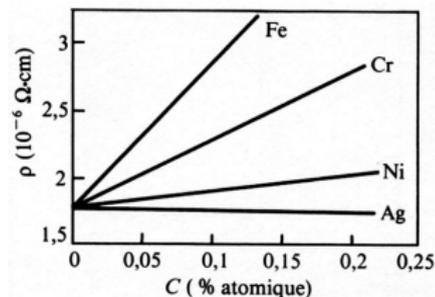
- Influence de la composition (cas des solutions solides)

$$\rho_{\text{alliage}} = \rho_{\text{matrice}} + \rho_C$$

β ne varie généralement pas

ρ_C résistivité additionnelle due à la présence des atomes étrangers en concentration C

Métal – Composition	ρ [$\mu \cdot \text{cm}$]	β [10^{-6}C^{-1}]
Al – 99,99	2,655	+4290
Cu – 99,99	1,673	+4270
Fe – 99,94	9,71	+5000
Pt – 99,99	10,6	+3920
Cu-45 Ni	49	± 40
Ni-20 Cr	110	+120
Fe-35 Ni-20 Cr	100	+400

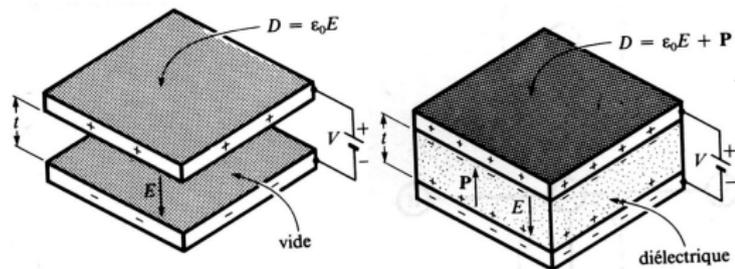


Influence des éléments d'addition sur la résistivité électrique – cuivre

Propriétés physiques

Isolant électrique 1/2

- ▶ Isolant $\Rightarrow \rho$ très important
- ▶ Notion de polarisation P



$$D = \epsilon_0 E + P \text{ et } \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

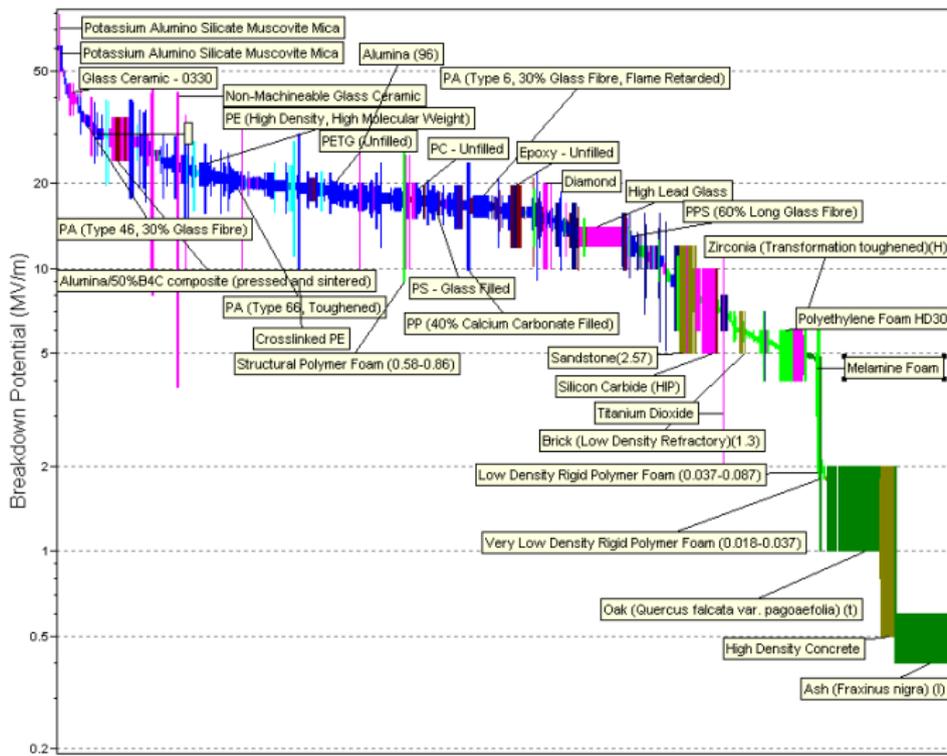
avec $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C/(V.m)}$ permittivité électrique du vide

ϵ permittivité électrique du diélectrique et ϵ_r constante diélectrique

- ▶ Influence de la fréquence
Déphasage δ entre E et P , notion de facteur de perte ($\tan \delta$)
- ▶ Tension de claquage (V/m)
Tension maximale qui entraîne la dégradation du matériau par formation d'un arc électrique

Propriétés physiques

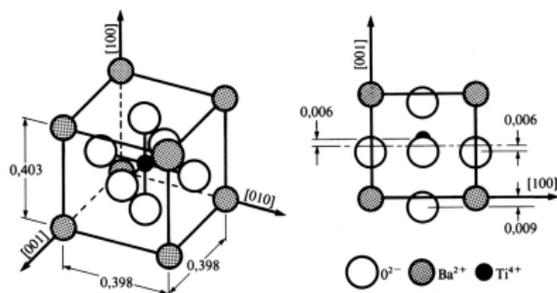
Isolant électrique 2/2



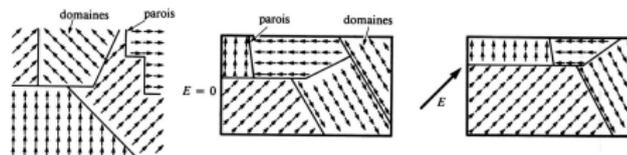
Tension de claquage des matériaux

Propriétés physiques

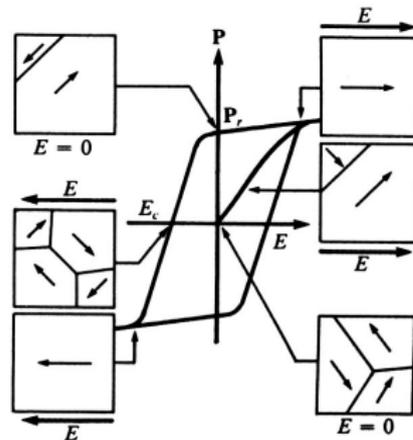
Matériaux ferroélectriques



Ferroélectricité du titanate de barium – structure cristalline



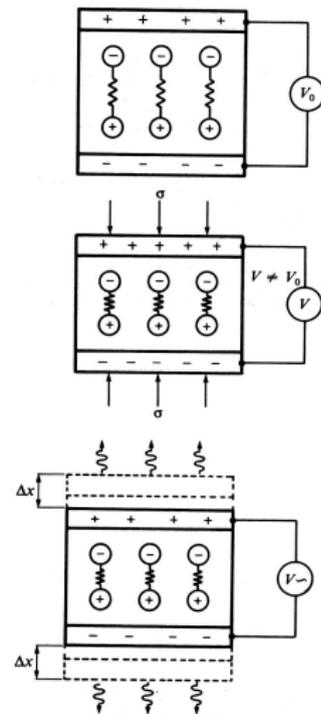
- ▶ Polarisation permanente ($P = P_r, E = 0$)
- ▶ Matériau à mémoire
- ▶ Dépolarisation lente
- ▶ Notion de parois et de domaines ferroélectriques
- ▶ Effet d'hystérésis



Propriétés physiques

Matériaux piézoélectriques

- ▶ Pour matériaux ferroélectriques et certains diélectriques
- ▶ Centre de gravité de charge positive \neq centre de gravité de charge négative
- ▶ Apparition de charges positives et négatives, polarisation du cristal
- ▶ Polarisation modifiée en fonction de la contrainte appliquée
- ▶ Vibration du cristal sous l'effet d'un champ électrique variable dans le temps
- ▶ Applications
 - ▶ Générateur d'ultrason
 - ▶ « ligne retard » en microélectronique

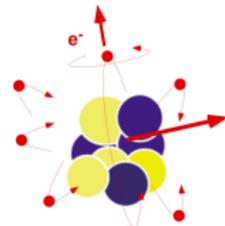


Effet piezoelectrique

Propriétés physiques

Propriétés magnétiques 1/4

- ▶ Causes du magnétisme : spin des électrons + mouvement orbital



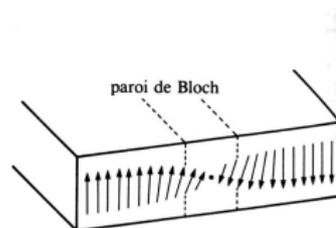
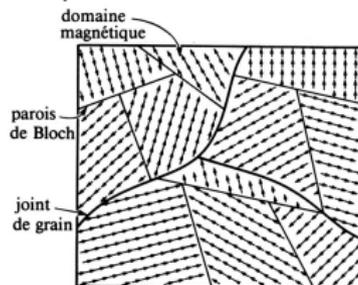
$$\underbrace{B}_{\text{interne - induction magnétique}} = \mu \underbrace{H}_{\text{appliqué}}$$

- ▶ Différents types de magnétisme en fonction de la perméabilité magnétique μ
 - ▶ $\mu \leq 1$ diamagnétisme
 - ▶ $\mu \geq 1$ paramagnétisme
 - ▶ $\mu \gg 1$ ferromagnétisme
- ▶ Perméabilité magnétique relative μ_r

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

μ_0 perméabilité magnétique du vide (en Wb/A.m)

- ▶ Domaines magnétiques

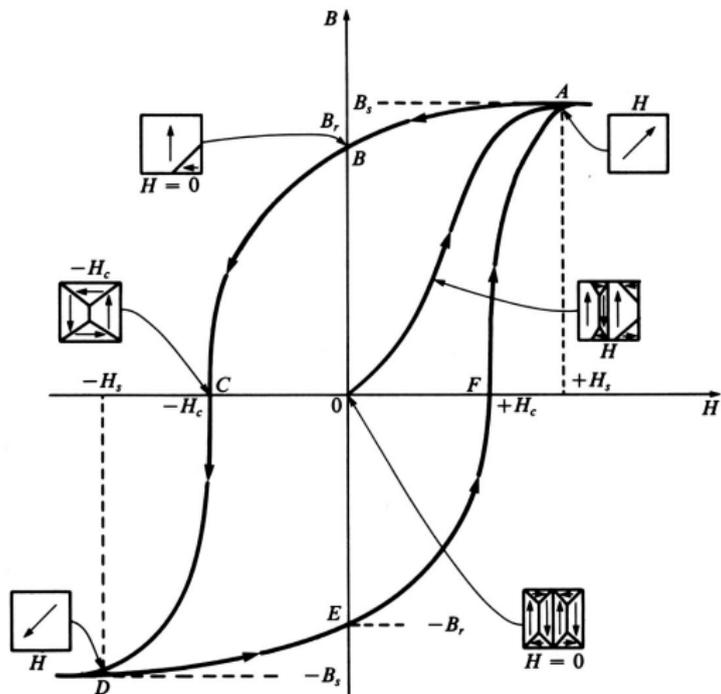


Propriétés physiques

Propriétés magnétiques 2/4

► Hystérésis

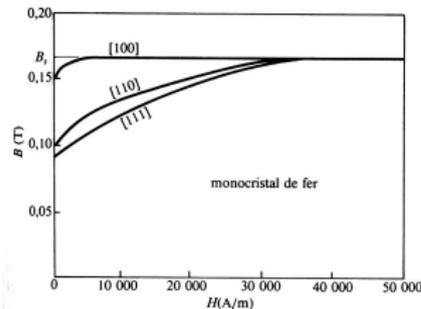
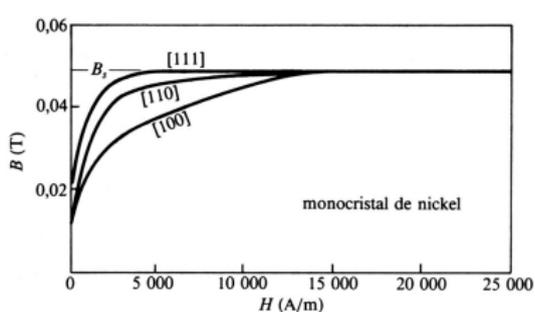
- Induction à saturation (point A)
- Induction rémanente (point B)
- Champ coercitif (point C)



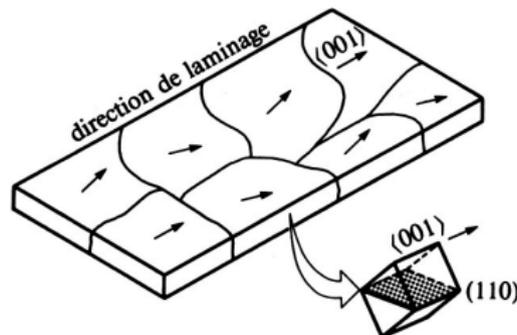
Propriétés physiques

Propriétés magnétiques 3/4

- ▶ Influence de la microstructure
 - ▶ Anisotropie magnétique du monocristal
 - ▶ Direction cristallographique privilégiée où l'induction est maximale ($\alpha - \text{Fe}_{\langle 100 \rangle}$ et $\text{Ni}_{\langle 111 \rangle}$)



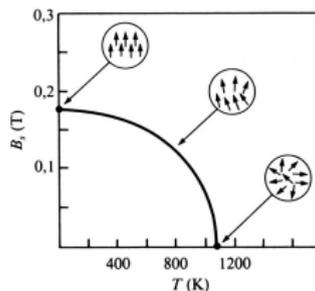
- ▶ Matériaux polycristallins laminés pour faciliter l'induction à saturation



Propriétés physiques

Propriétés magnétiques 4/4

- Influence de la température
 - Agitation thermique \Rightarrow désalignement des moments magnétiques
 - Température de Curie : disparition du ferromagnétisme



- Données numériques

Métal – Composition	Permittivité (μ_r)	Induction rémanente B_r [T]	Champ coercitif H_c [A/m]
Fer pur	5000	2,0	80
Fe-4 Si non orienté	8000	1,4	56
Fe-4 Si orienté	50000	1,2	7,2
Fe-45 Ni	30000	0,8	16
Ni-50 Fe non orienté	70000	0,8	4
Ni-50 Fe orienté	10^5	1,45	0,8 – 1,6
Ni-15 Fe-5 Mo-0,5 Mn	10^6	0,7	0,4
0,9C-3,5 Cr-0,3 Mn		1	5200
60 Cu-20 Ni-20 Fe		0,54	$44 \cdot 10^3$
BaFe ₁₂ O ₁₉ orienté		0,2	$240 \cdot 10^3$

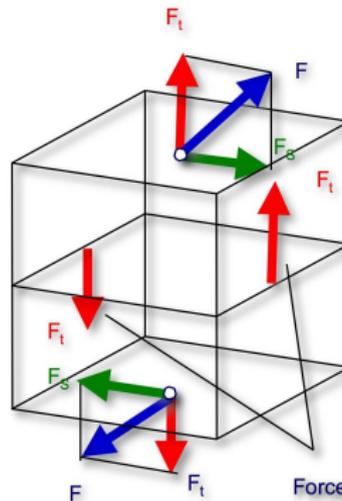
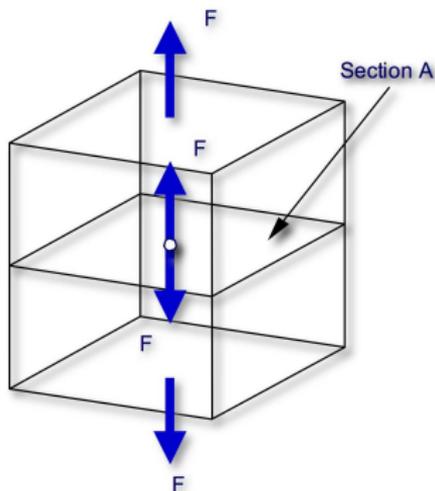
Mécanique (rappel)

Contrainte

$$\sigma = \frac{F_t}{A}$$

$$\tau = \frac{F_s}{A} \text{ ou } \sigma_{ij}$$

contrainte normale
contrainte de cisaillement
(shear stress)

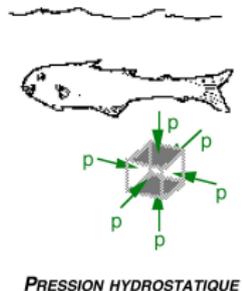
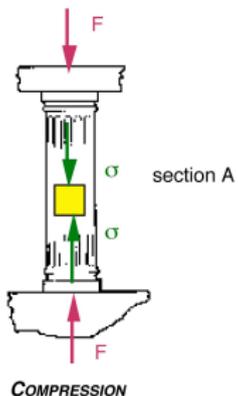
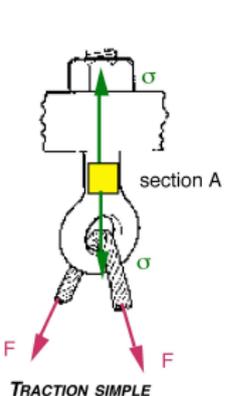


Forces assurant l'équilibre du volume élémentaire

Définition des contraintes

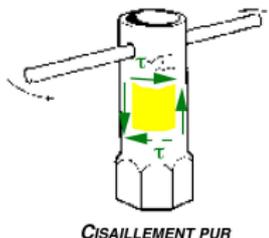
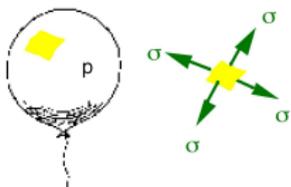
Mécanique (rappel)

États de contrainte usuels



p: pression
r: rayon
e: épaisseur

$$\sigma = pr/2e$$



Quelques états de contrainte

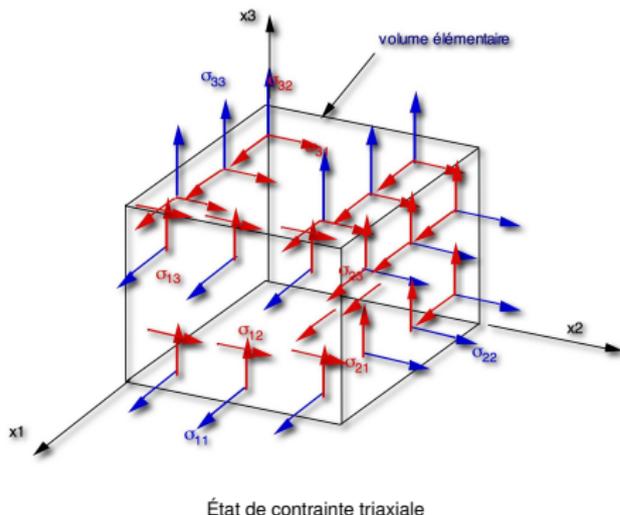
Mécanique (rappel)

État de contrainte triaxial 1/2

- ▶ Hypothèse : pas de gradient de contrainte dans le volume élémentaire, pas de force à distance
- ▶ contraintes normales : $\sigma_{11} = \frac{F_1}{A_1}$, $\sigma_{22} = \frac{F_2}{A_2}$, $\sigma_{33} = \frac{F_3}{A_3}$, $\sigma_{-1-1} = \frac{F_{-1}}{A_{-1}}$, ...
- ▶ contraintes de cisaillement : $\sigma_{12} = \frac{F_2}{A_1}$, $\sigma_{13} = \frac{F_3}{A_1}$, ...
 ⇒ 18 composantes
- ▶ Équilibre du volume élémentaire :
 - ▶ Efforts normaux ⇒ $\sigma_{-i-i} = \sigma_{ii}$ (9 composantes),
 - ▶ Moments ⇒ $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ (6 composantes).

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

matrice symétrique



Mécanique (rappel)

Déformation (Strain) 1/2

► déformation liée à une contrainte normale :

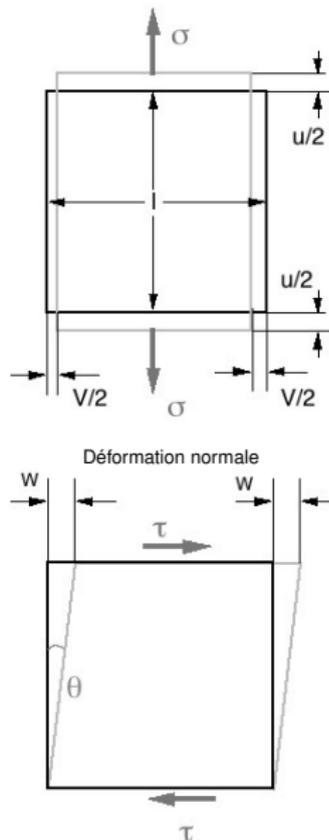
- déformation normale : $\epsilon_n = \frac{y}{l}$
- déformation transversale : $\epsilon_t = \frac{v}{l}$
- coefficient de Poisson (Poisson's ratio) :

$$\nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_n}$$

► déformation liée à une contrainte de cisaillement :

- pour de petites déformations :

$$\gamma = \frac{w}{l} = \tan \theta \approx \theta$$



Déformation liée à une
contrainte de cisaillement

Mécanique (rappel)

Déformation (Strain) 2/2

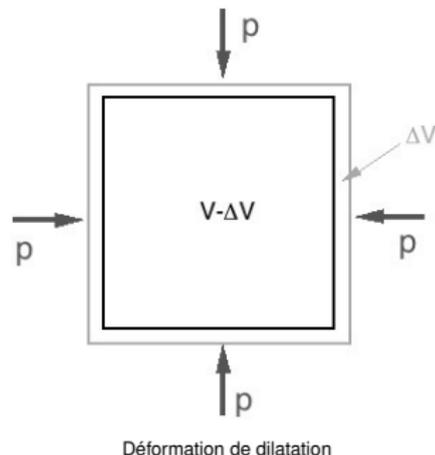
- ▶ déformation liée à une pression hydrostatique :
 - ▶ dilatation (déformation volumique) :

$$\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V}$$

- ▶ en généralisant :

$$[\epsilon] = \underbrace{\begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} & \epsilon_{23} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}}_{\text{matrice symétrique}}$$

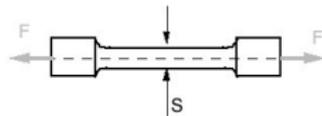
$$\text{et } \frac{\Delta V}{V} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$$



Mécanique (rappel)

Relation contrainte-déformation

- ▶ Cas uniaxial – niveau macroscopique : Observation expérimentale \Rightarrow "loi de Hooke"

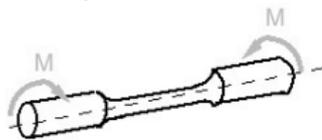


Éprouvette de traction

- ▶

$$\sigma = E\epsilon$$

E module d'Young (Young modulus)



Éprouvette de torsion

- ▶

$$\tau = G\gamma$$

G module de cisaillement (shear modulus)

Élasticité

Énergie de liaison – **Matériaux cristallins**

$$f_{attr} = \frac{Ce^2}{r^2} \text{ » loi de Coulomb (liaison de type i)}$$

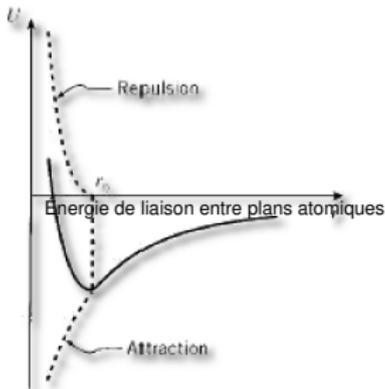
$$U_{attr} = \int f_{attr} dr = -\frac{Ce^2}{r}$$

$$U_{rep} = \frac{B}{r^n} \text{ » force atomique (5 < n < 12)}$$

$$U = -\frac{ACe^2}{r} + \frac{B}{r^n}$$

$$(f)_{r=r_0} = \left(\frac{dU}{dr} \right)_{r=r_0} = \left(\frac{ACe^2}{r^2} - \frac{nB}{r^{n+1}} \right)_{r=r_0} = 0$$

$$r_0 = \frac{nB}{ACe^2}^{\frac{1}{n-1}}$$



Élasticité

Module d'Young – Matériaux cristallins

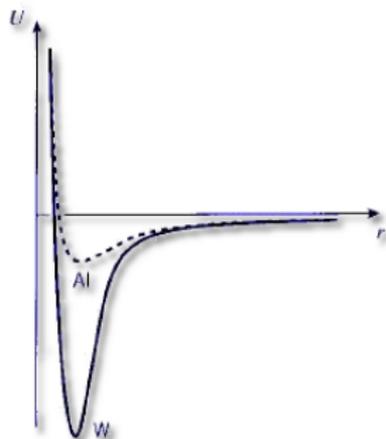
$$F = \sigma A = \sigma \gg A=1$$

$$\sigma = F = f \frac{1}{r_0^2} \gg r_0^2 \text{ ions / unité de surface}$$

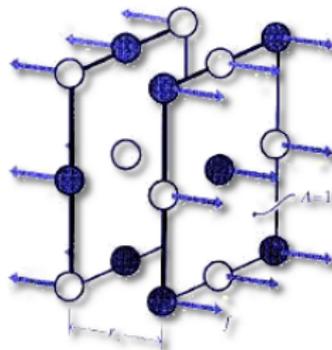
$$d\epsilon = \frac{dr}{r_0}$$

$$E = \left. \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right|_{\epsilon \rightarrow 0} = \frac{1}{r_0} \frac{d}{dr} \left(\frac{ACe^2}{r^2} - \frac{nB}{r^{n+1}} \right) \Bigg|_{r \rightarrow r_0}$$

$$E = \frac{(n-1)ACe^2}{r_0^4}$$



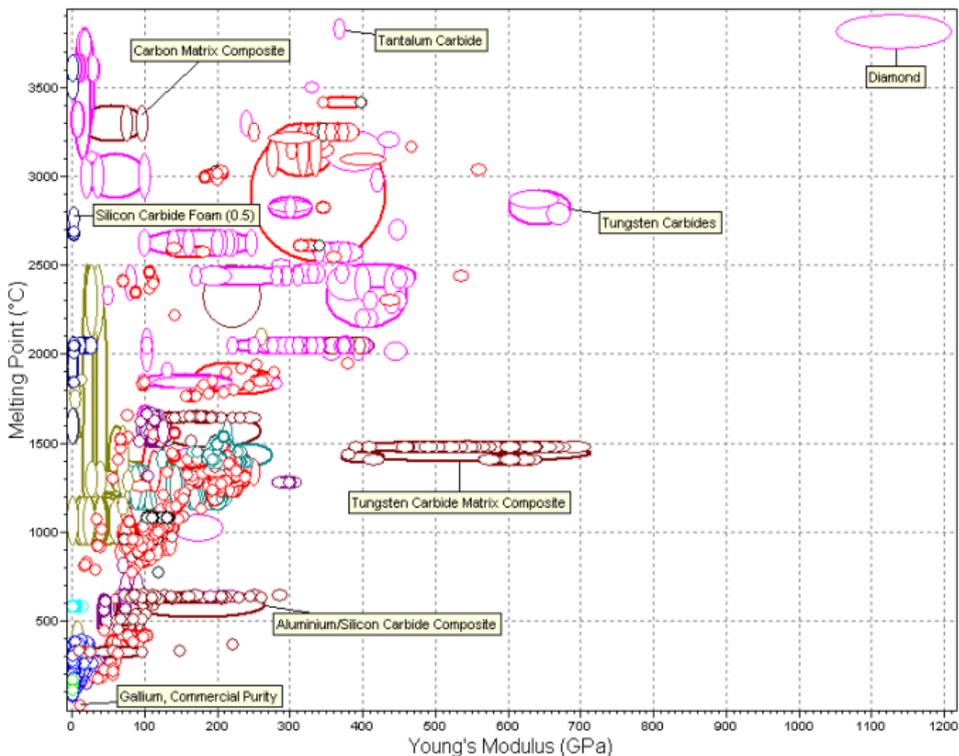
Énergie de liaison entre plans atomiques (Al et W)



Schématisme des efforts entre plans atomiques

Élasticité

Dilatation



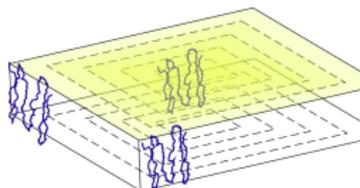
Relation module d'Young – température de fusion

Élasticité

Cas des polymères

Rappel

- ▶ Polymère : chaîne moléculaire composée de monomère ($-\text{CH}_2-\text{CH}_2-$ par exemple)
- ▶ Structure amorphe ou semi-cristalline (si arrangement régulier des chaînes moléculaires)



Polymère cristallin

Énergie cohésive molaire E_c

- ▶ Par définition c'est l'énergie interne par mole qui correspond à l'élimination de toute force moléculaire
- ▶ Elle caractérise les forces qui s'opposent au déplacement des chaînes les unes par rapport aux autres
- ▶ Relation avec le module de compression B^a (Gruneisen & Tobolsky - 1960)
 - ▶ $B = 8,04 \frac{E_c}{V} b$ pour les polymères amorphes
 - ▶ $B = 8,04 \frac{E_c + x_c \Delta H_m}{V} c$ pour les polymères semi-cristallins
 - ▶ $B = 8,04 \frac{E_s}{V}$ pour les cristaux moléculaires (par exemple NaCl)



Polymère amorphe

^a $E = 3B(1 - 2\nu)$, ν coefficient de Poisson

^b V volume molaire, $V = \frac{M}{\rho}$ avec M masse molaire du monomère et ρ sa densité

^c x_c taux de cristallinité, ΔH_m enthalpie de fusion du polymère 100% cristallin

Élasticité

Cas des élastomères

$$T = 2/3T_f$$



Changement d'ordre
↓
Évolution de l'entropie

- ▶ Aspect thermodynamique

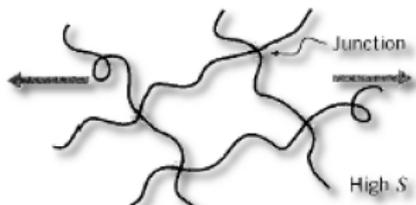
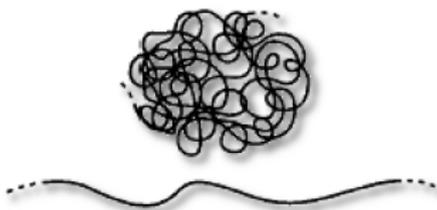
$$A = U - TS$$

$$dW = FdL$$

$$FdL = dW = dU - TdS$$

$$F = \frac{dW}{dL} = \left(\frac{\partial U}{\partial L} \right)_{T,V} - T \left(\frac{\partial S}{\partial L} \right)_{T,V}$$

- ▶ cas du caoutchouc (élastomère) $dU \approx 0$:
 $E = 3NkT \gg N$ nombre de segment de chaîr moléculaire par unité de volume
- ▶ Vulcanisation du caoutchouc (C. Goodyear 1839)



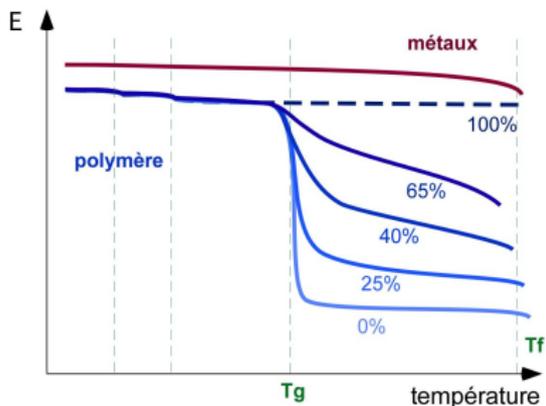
Conformation des chaînes moléculaires des élastomères

Élasticité

Influence de la température

- ▶ Cas des métaux
 - ▶ « Faible » effet de la température sur le module d'Young
 - ▶ Passage brutal entre l'état solide ($E \neq 0$) et l'état liquide ($E = 0$)
- ▶ Cas des polymères
 - ▶ Transition vitreuse : passage de l'état vitreux à l'état caoutchoutique
 - ▶ T_v est fonction de :
 - ▶ de la structure moléculaire : squelette, imbrication intermoléculaire, taux de cristallinité x_c, \dots
 - ▶ de la masse moléculaire linéaire \bar{M}_n ,

$$T_v = T_{v\infty} - \frac{A}{\bar{M}_n}$$
 - ▶ du taux de réticulation

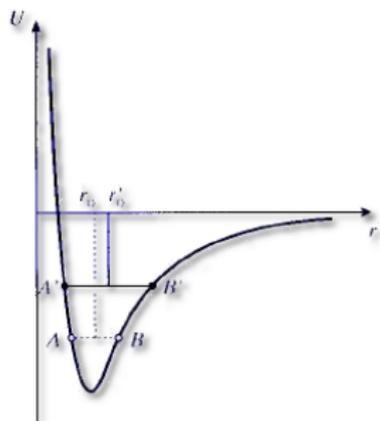


Évolution du module d'Young en fonction de la température

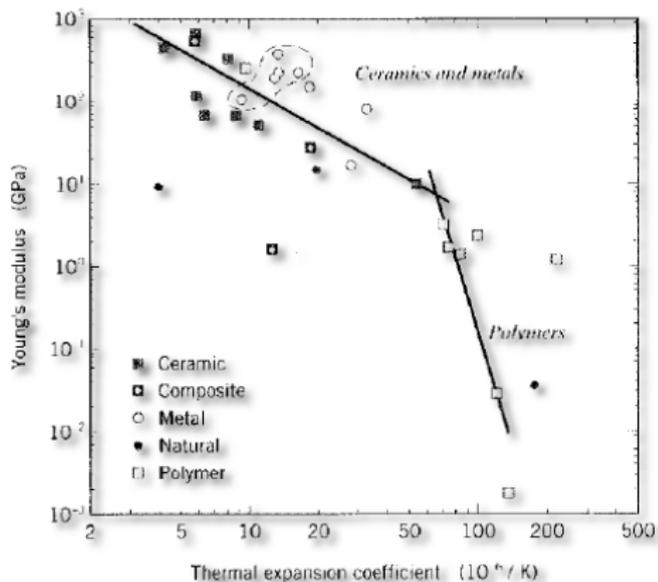
Élasticité

Dilatation

$$\frac{\Delta L}{L} = \epsilon_T = \alpha_L \Delta T$$



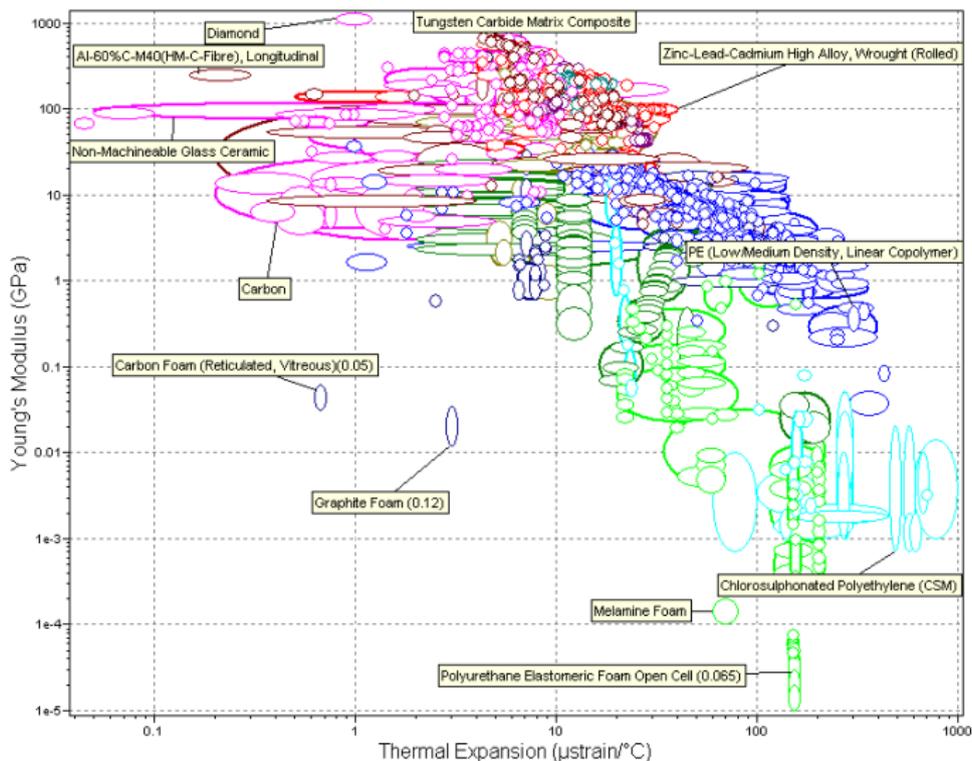
Dilatation – Énergie de liaison



Relation module d'Young – coefficient de dilatation

Élasticité

Dilatation

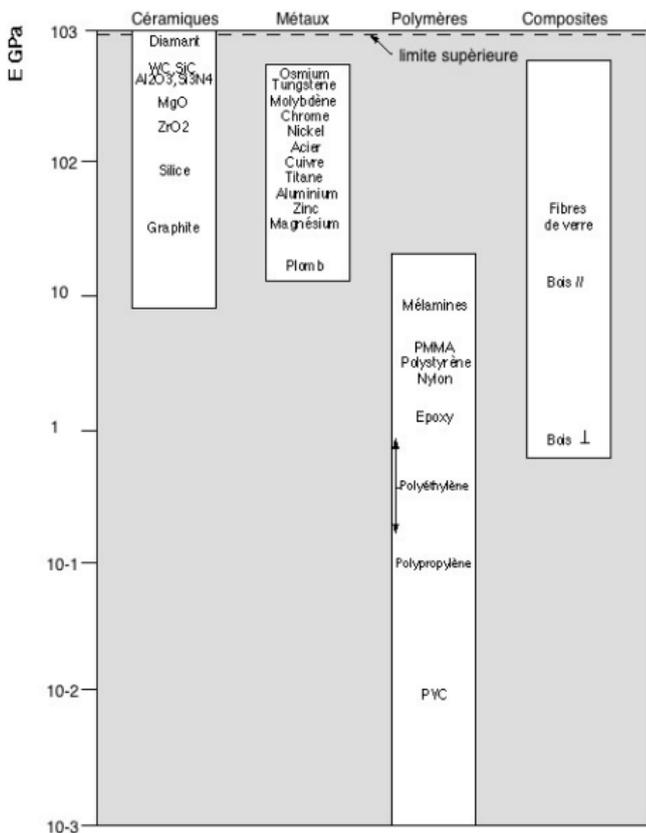


Relation module d'Young – coefficient de dilatation linéaire

Élasticité

Valeurs numériques

Module d'Young (GPa)			
Diamant	1000	Cu	124
WC	460-650	Va	130
Osmium	551	Ti	116
SiC	450	Si	107
W	406	Or	82
Al ₂ O ₃	390	Al + allia.	69-79
Mo + allia.	320-365	Ag	76
Si ₃ N ₄		Béton	45-50
Cr	289	Graphite	27
Ni	214	Bois fibre	6-16
Fe	196	Pb	14
Acier bas Carb.	193-214	Glace	9
Acier austénit.	190-200	Polyesters	1-5
Fonte grise	170-190	Nylon	2-4
Platine	172	PMMA	3



Élasticité

Triaxialité 1/2

- ▶ linéarité contrainte/déformation

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}} : \underline{\epsilon}$$

C tenseur d'élasticité avec 81 composantes

$$\sigma_{11} = C_{11}\epsilon_{11} + C_{12}\epsilon_{22} + C_{13}\epsilon_{33} + C_{14}\gamma_{23} + C_{15}\gamma_{31} + C_{16}\gamma_{12}$$

$$\sigma_{22} = C_{21}\epsilon_{11} + C_{22}\epsilon_{22} + C_{23}\epsilon_{33} + C_{24}\gamma_{23} + C_{25}\gamma_{31} + C_{26}\gamma_{12}$$

$$\sigma_{33} = C_{31}\epsilon_{11} + C_{32}\epsilon_{22} + C_{33}\epsilon_{33} + C_{34}\gamma_{23} + C_{35}\gamma_{31} + C_{36}\gamma_{12}$$

$$\sigma_{23} = C_{41}\epsilon_{11} + C_{42}\epsilon_{22} + C_{43}\epsilon_{33} + C_{44}\gamma_{23} + C_{45}\gamma_{31} + C_{46}\gamma_{12}$$

$$\sigma_{31} = C_{51}\epsilon_{11} + C_{52}\epsilon_{22} + C_{53}\epsilon_{33} + C_{54}\gamma_{23} + C_{55}\gamma_{31} + C_{56}\gamma_{12}$$

$$\sigma_{12} = C_{61}\epsilon_{11} + C_{62}\epsilon_{22} + C_{63}\epsilon_{33} + C_{64}\gamma_{23} + C_{65}\gamma_{31} + C_{66}\gamma_{12}$$

- ▶ $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ et $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji} \Rightarrow \underline{\underline{C}} : 36$ composantes

Élasticité

Triaxialité 2/2

- ▶ Effet de la dilatation

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\alpha}} \Delta T$$

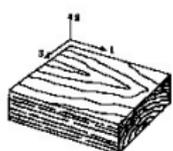
$\underline{\underline{S}}$ tenseur de souplesse $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{C}}^{-1}$
 $\underline{\underline{\alpha}}$ tenseur des dilatations

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= S_{11}\sigma_{11} + S_{12}\sigma_{22} + S_{13}\sigma_{33} + S_{14}\sigma_{23} + S_{15}\sigma_{31} + S_{16}\sigma_{12} + \alpha_{11}\Delta T \\ \epsilon_{22} &= S_{21}\sigma_{11} + S_{22}\sigma_{22} + S_{23}\sigma_{33} + S_{24}\sigma_{23} + S_{25}\sigma_{31} + S_{26}\sigma_{12} + \alpha_{22}\Delta T \\ \epsilon_{33} &= S_{31}\sigma_{11} + S_{32}\sigma_{22} + S_{33}\sigma_{33} + S_{34}\sigma_{23} + S_{35}\sigma_{31} + S_{36}\sigma_{12} + \alpha_{33}\Delta T \\ \gamma_{23} &= S_{41}\sigma_{11} + S_{42}\sigma_{22} + S_{43}\sigma_{33} + S_{44}\sigma_{23} + S_{45}\sigma_{31} + S_{46}\sigma_{12} + \alpha_{44}\Delta T \\ \gamma_{31} &= S_{51}\sigma_{11} + S_{52}\sigma_{22} + S_{53}\sigma_{33} + S_{54}\sigma_{23} + S_{55}\sigma_{31} + S_{56}\sigma_{12} + \alpha_{55}\Delta T \\ \gamma_{12} &= S_{61}\sigma_{11} + S_{62}\sigma_{22} + S_{63}\sigma_{33} + S_{64}\sigma_{23} + S_{65}\sigma_{31} + S_{66}\sigma_{12} + \alpha_{66}\Delta T \end{aligned}$$

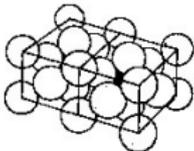
Élasticité

Symétries matérielles 1/4

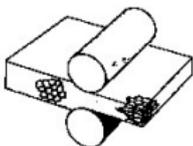
- ▶ Symétrie orthotrope
3 plans de symétrie \Rightarrow **9 composantes**



BOS



MONOCRYSTAL



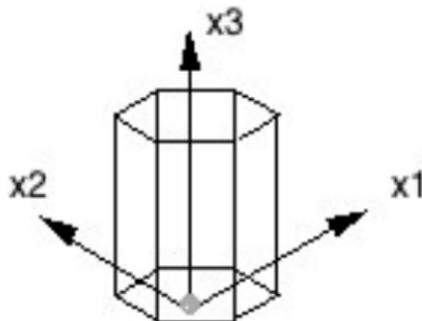
*ACIER LAMINE
(ROLLED STEEL)*



COMPOSITE

Quelques symétries orthotropes

- ▶ Symétrie hexagonale
 \Rightarrow **5 composantes**



Cas de la symétrie hexagonale

Élasticité

Symétries matérielles 2/4

- symétrie cubique
rotation $90^\circ \Rightarrow$ **3 composantes**

$$[S] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \end{pmatrix}$$

$$a = \frac{2(S_{11} - S_{12})}{S_{44}}$$

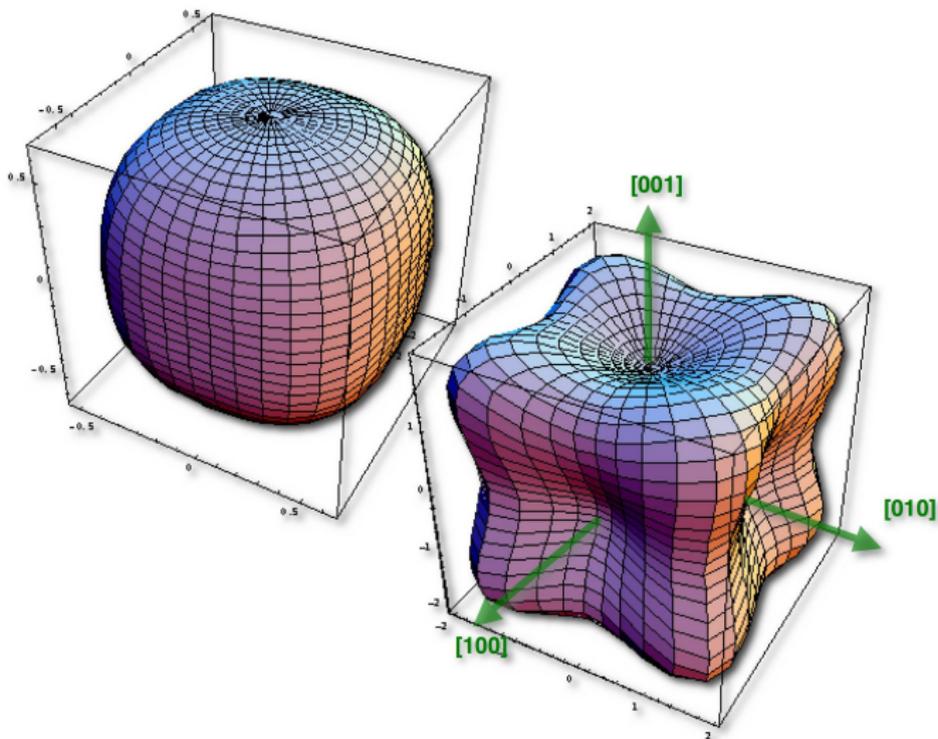
$a = 1$ isotrope

$a \neq 1$ anisotrope

	a
Al	1,23
Cu	3,17
Fe	2,41
Pb	2,80
W	1,00
95%Al, 5%Cu	1,19
72%Cu, 28%Zn	4

Élasticité

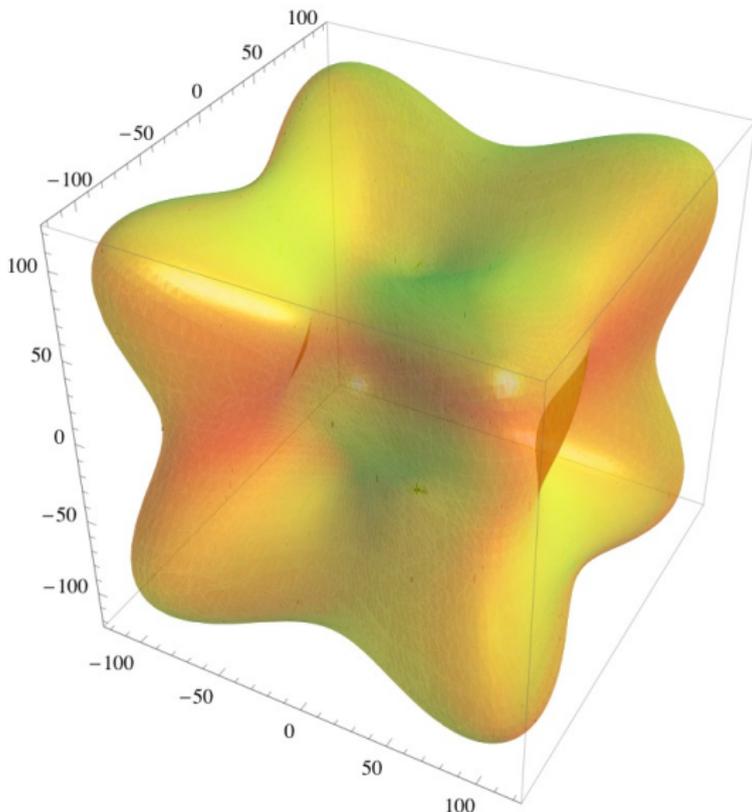
Symétries matérielles 3/4



Module d'Young de monocristaux cubiques | Aluminium (faiblement anisotrope) & Fer (anisotrope)

Élasticité

Symétries matérielles 4/4



Module d'Young du monocristal de cuivre | $E_{\text{Max}} = 185.7 \text{ GPa}$ – $E_{\text{min}} = 71.8 \text{ GPa}$ – Écart = 61.7 %

Élasticité

Cas de l'isotropie

Caractéristique élastique identique \forall l'orientation \Rightarrow **2 composantes.**

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{11} &= \frac{\sigma_{11}}{E} - \nu \frac{\sigma_{22}}{E} - \nu \frac{\sigma_{33}}{E} \\
 \epsilon_{22} &= -\nu \frac{\sigma_{11}}{E} + \frac{\sigma_{22}}{E} - \nu \frac{\sigma_{33}}{E} \\
 \epsilon_{33} &= -\nu \frac{\sigma_{11}}{E} - \nu \frac{\sigma_{22}}{E} + \frac{\sigma_{33}}{E} \\
 \epsilon_{23} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{23} \\
 \epsilon_{31} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{31} \\
 \epsilon_{12} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \sigma_{12}
 \end{aligned}$$

avec $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ **module de cisaillement**, E le **module d'Young** et ν le **coefficient de Poisson**.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\sigma}) \delta_{ij}$$

$$\text{tr}(\underline{\sigma}) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \text{symbole de Kronecker}$$

module de compressibilité (Bulk modulus) :

$$B = \frac{-dp}{\frac{dv}{v}} = \frac{-p}{\epsilon^v} = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

matériau incompressible $\nu = 0,5 \Rightarrow B \rightarrow \infty$

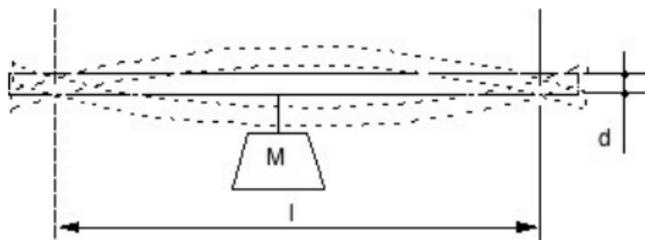
Élasticité

Mesure des constantes d'élasticité

- Mesure de fréquence propre

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3\pi E d^4}{4l^2 M} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$E = Kf^2$$



Schématization de l'essai

- Vitesse du son, mesure ultrasonore

$$v_t = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

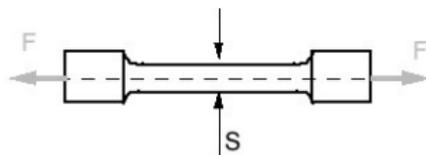
mesure de v_t (onde longitudinale), ρ est connue.

Élasticité

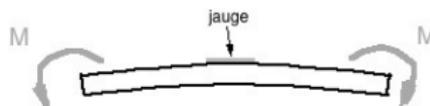
Mesure des constantes d'élasticité

► Essais mécaniques, enregistrement de (σ, ϵ) :

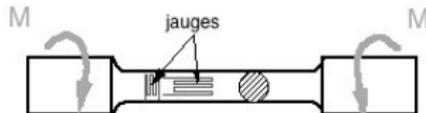
► traction



► flexion



► torsion



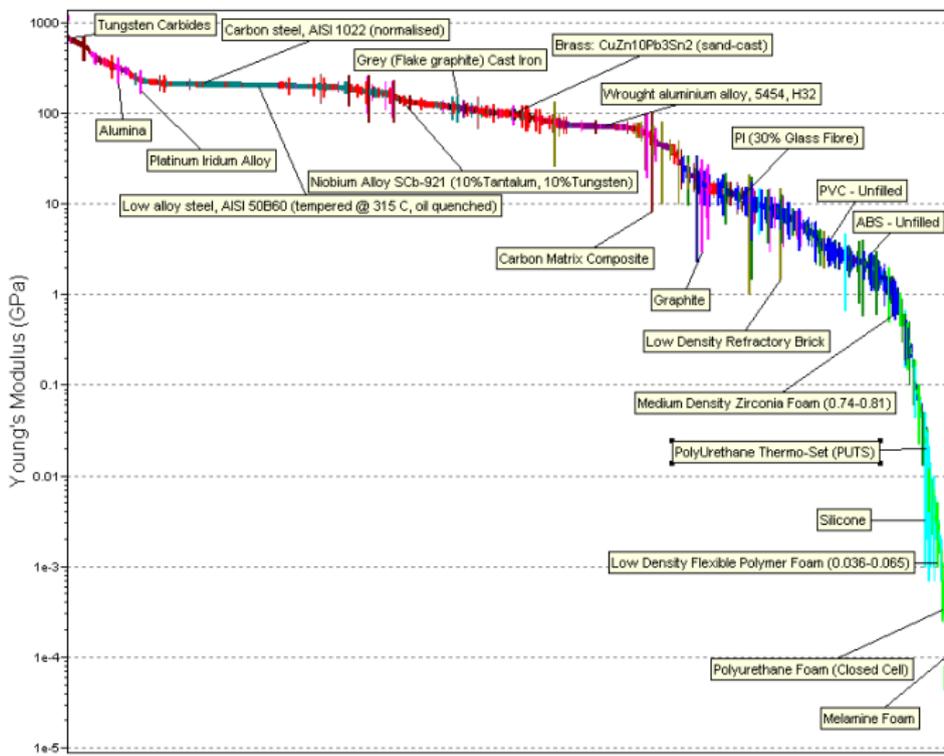
Classe des matériaux

Propriétés générales

		ν	G	α	densité
aluminum	Al (pur et allia.)	0,2-0,34	25,5-26,5	20-24,1	2,7-2,9
brass	60-70%Cu, 40-30%Zn	0,33-0,36	36,5-41,3	19,9-20,9	8,3-8,5
copper	cuivre	0,33-0,36	39,9-46,1	16,5-16,9	8,9-9
cast iron	fonte (2,7-3,6%C)	0,21-0,30	35,8-56,5	10,4	6,9-7,2
steel	acier	0,26-0,29	75,8-81,9	10-12,8	7,7-7,9
stainless steel	acier inox.	0,3	73	14,9-16,9	7,6-7,9
titanium	titane	0,34	41,3	8,8	4,5
glass	verre	0,21-0,27	26,2-32,4	5,9-9,5	2,4-3,9
	méthylméthacrylate			89,9	1,16
	polyéthylène			180	0,91
rubber	caoutchouc	0,5	0,28-1,38	125-197	0,99-1,24
			MPa	$10^{-6}K^{-1}$	

Classe des matériaux

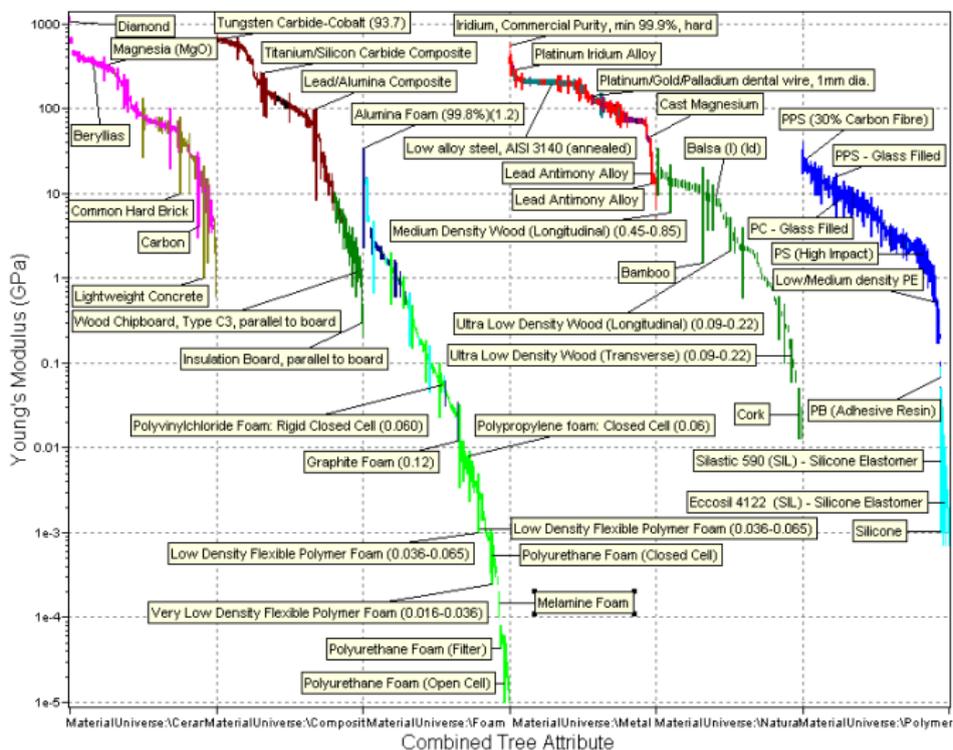
Module d'Young 1/2



Module d'Young macroscopique

Classe des matériaux

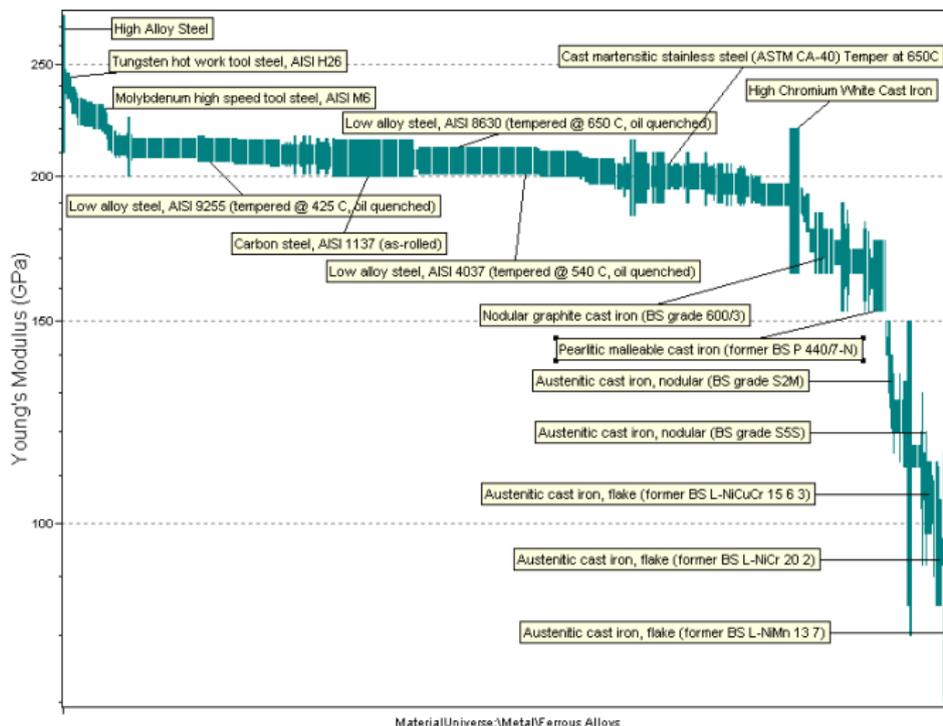
Module d'Young 2/2



Module d'Young macroscopique / Classe des matériaux

Classe des matériaux

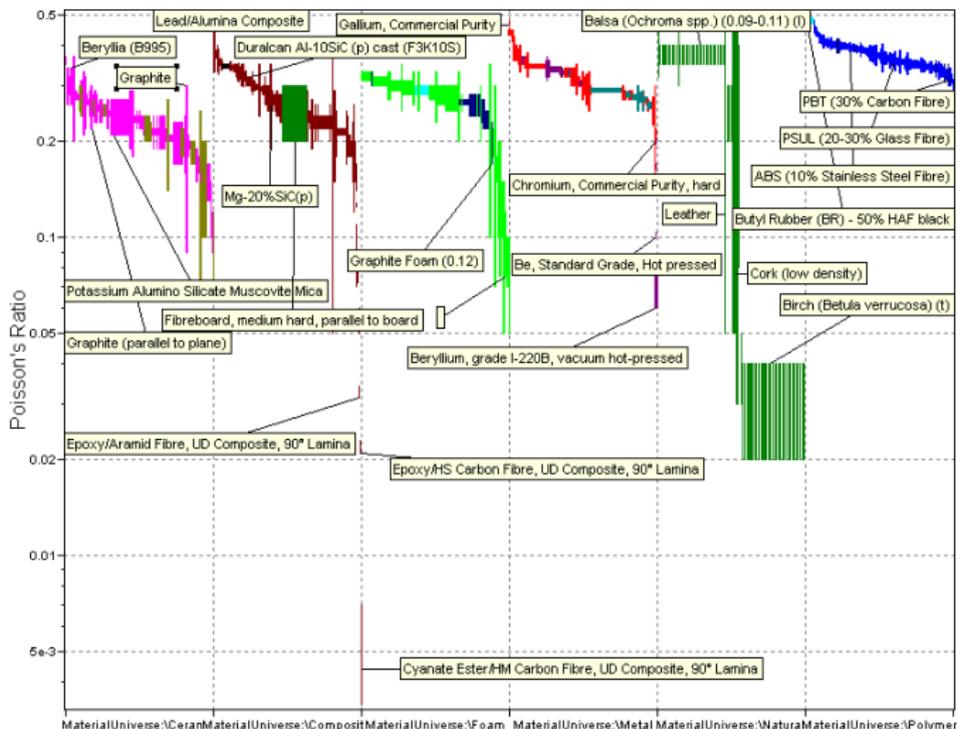
Module d'Young des matériaux ferreux



Module d'Young macroscopique des matériaux ferreux

Classe des matériaux

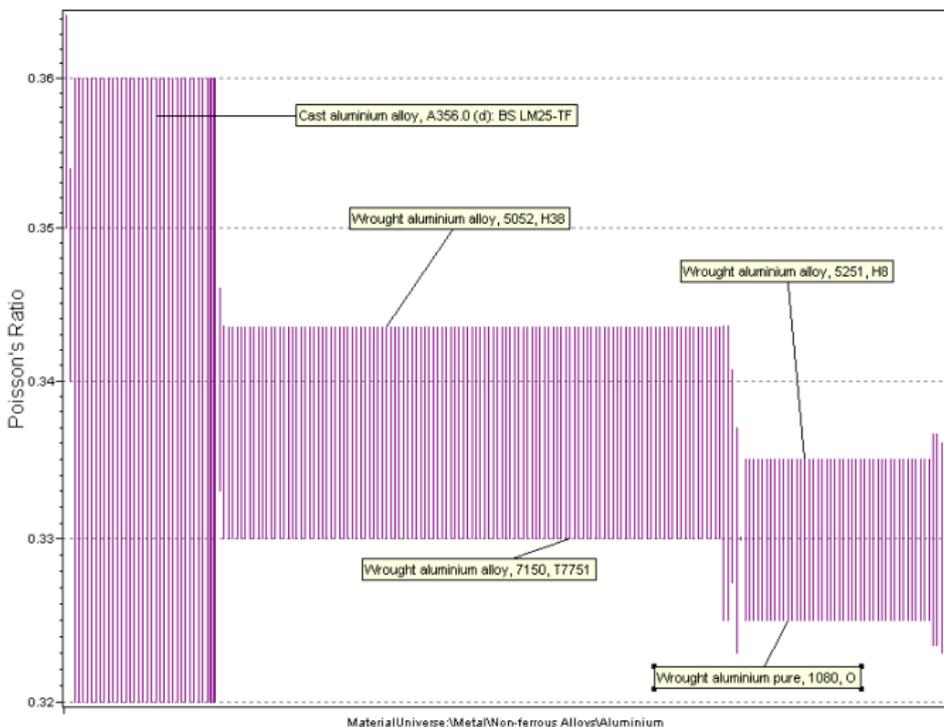
Coefficient de Poisson 1/2



Coefficient de Poisson macroscopique

Classe des matériaux

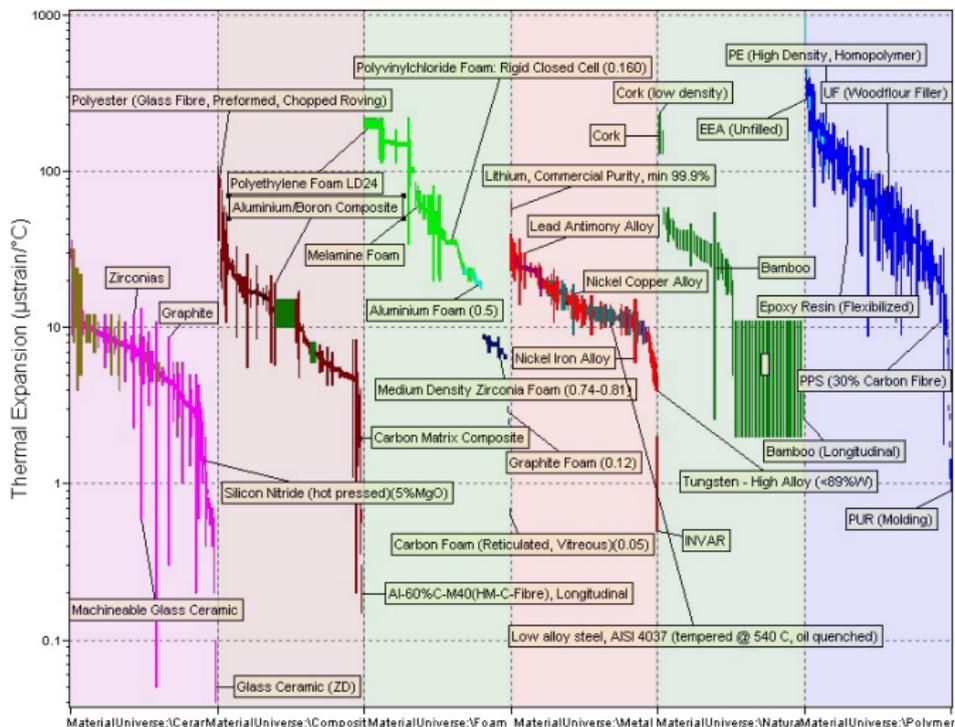
Coefficient de Poisson 2/2



Coefficient de Poisson macroscopique des alliages d'aluminium

Classe des matériaux

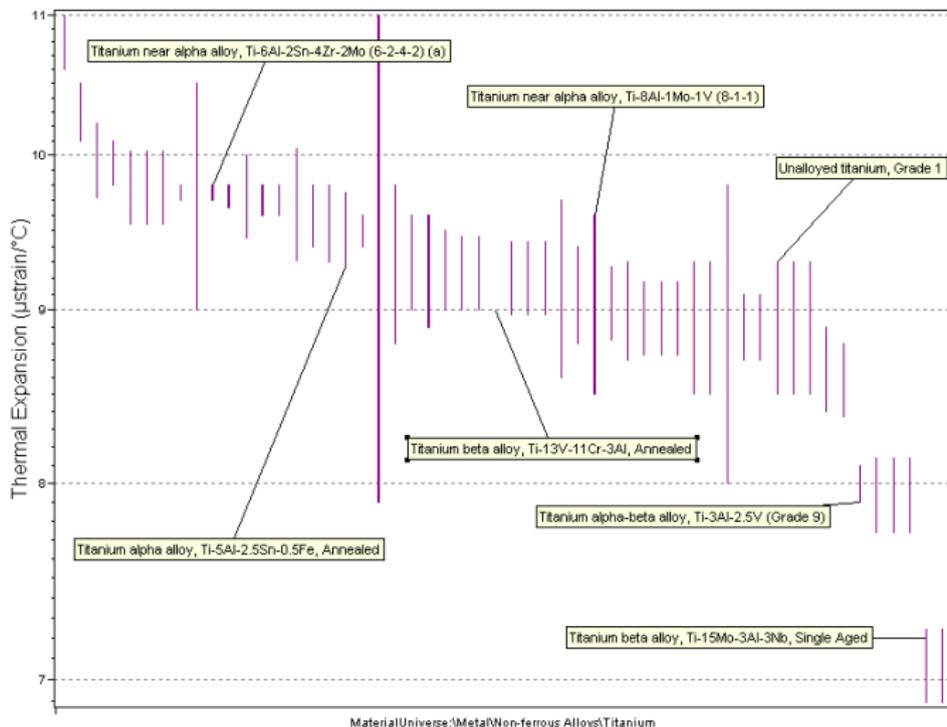
Coefficient de dilatation linéaire 1/2



Coefficient de dilatation linéaire macroscopique

Classe des matériaux

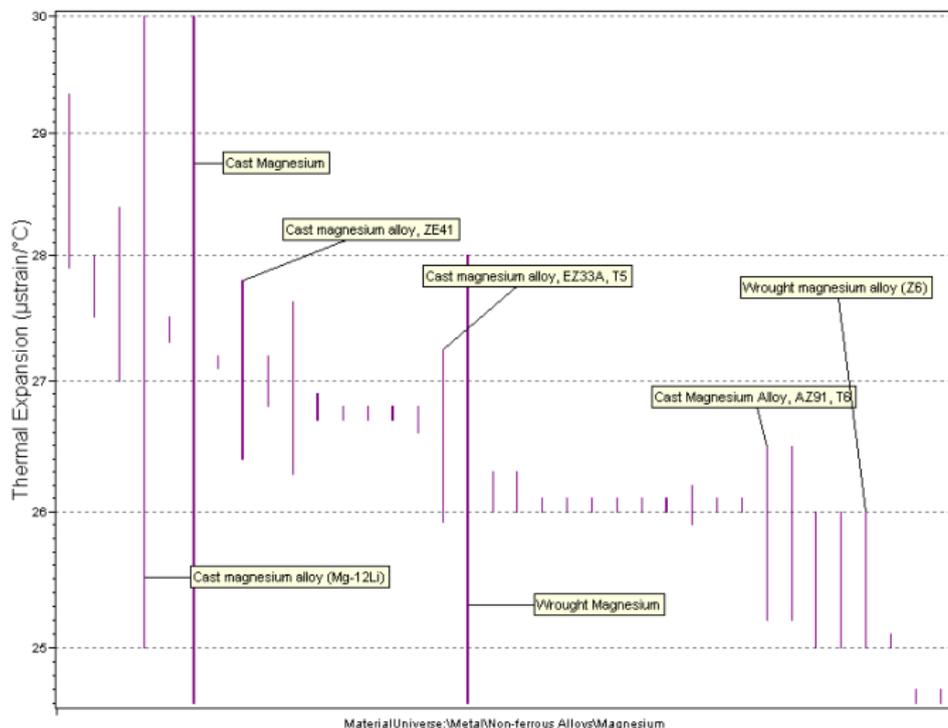
Coefficient de dilatation linéaire 2/2



Coefficient de dilatation linéaire macroscopique des alliages de titane

Classe des matériaux

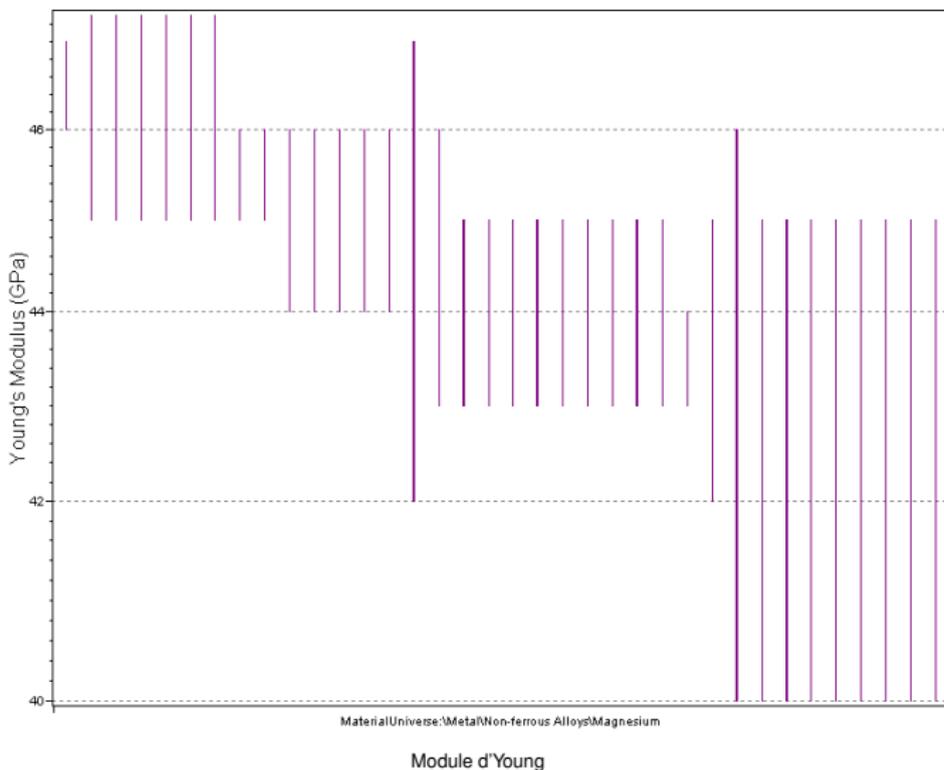
Coefficient de dilatation linéaire 2/2



Coefficient de dilatation linéaire macroscopique des alliages de magnésium

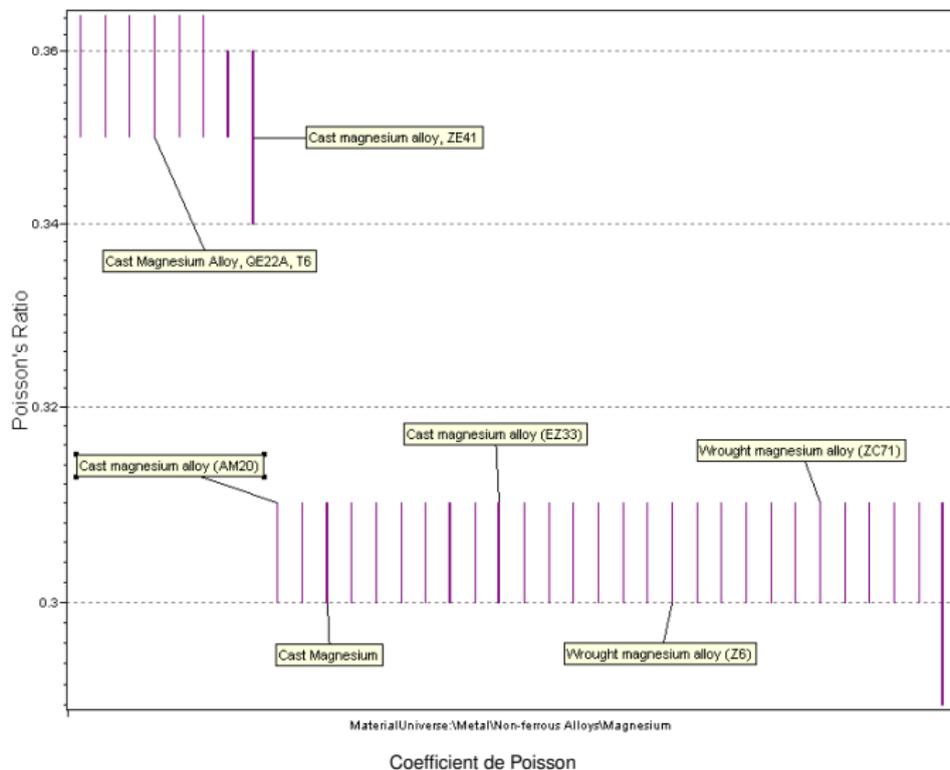
Classe des matériaux

Alliages de magnésium 1/3



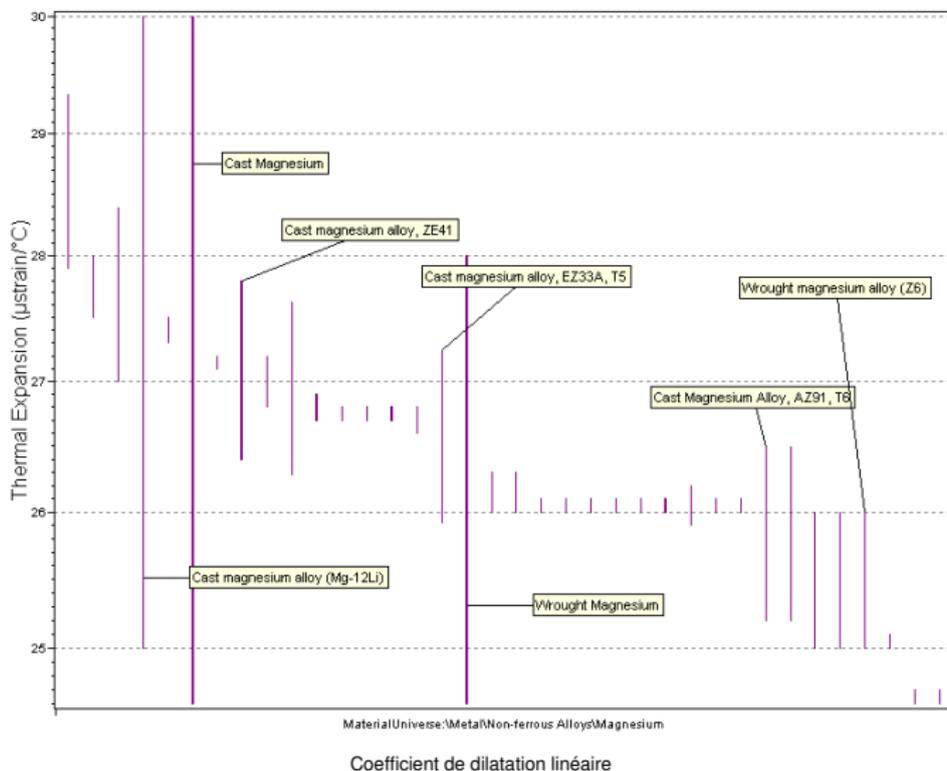
Classe des matériaux

Alliages de magnésium 2/3



Classe des matériaux

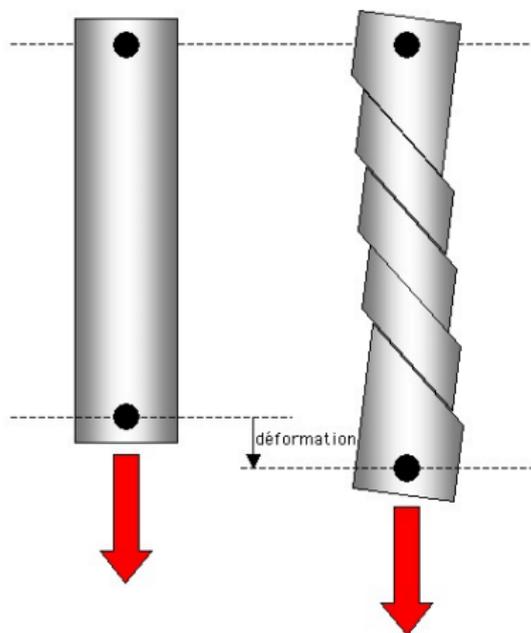
Alliages de magnésium 3/3



Plasticité

Monocristal

- ▶ Examen fin \Rightarrow marches à la surface du monocristal
- ▶ Glissement lié à la structure cristalline :
 - ▶ direction : une des directions la plus dense dans le réseau de Bravais,
 - ▶ surface : le plus souvent un plan assez dense.



Schématisation des déformations d'un monocristal

Plasticité

Approche de Frankel

- ▶ Modèle de Frankel (1926)
- ▶ Faute d'empilement d'énergie :

$$\gamma = \sum_n \gamma_n \left(1 - \cos \frac{2\pi n u}{b}\right)$$

$$\tau = \frac{d\gamma}{du} = \frac{2\pi}{u} \sum_n n \gamma_n \sin \frac{2\pi n u}{b}$$

- ▶ Contrainte critique d'écoulement :

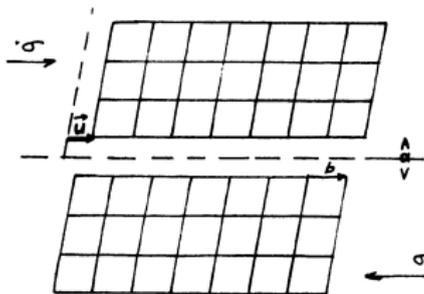
$$\tau_c = \frac{2\pi}{b} \sum_n \gamma_n$$

- ▶ Analyse de Fourier au premier terme :

$$\tau_c = \frac{\mu b}{2\pi a}$$

μ : module de cisaillement du cristal

- ▶ τ_c minimal si :
 - ▶ b minimal : directions de glissement denses,
 - ▶ a important : plans de glissement denses.
- ▶ A.N. : $b \approx a$, $\mu = 10^5 \text{MPa}$
 $\Rightarrow \tau_c \geq 10^4 \text{MPa}!!!$
- ▶ En réalité $\mu 10^2 - 10^4$ fois plus petit
 τ_c : limite d'élasticité théorique



Schématisation des déformations d'un monocristal

Plasticité

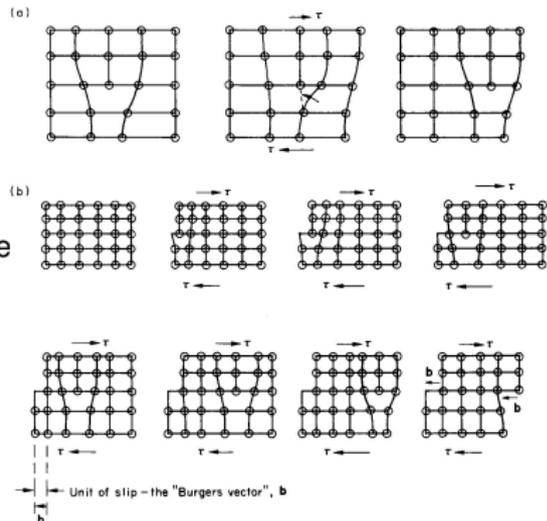
Théorie des dislocations

⇒ **Rupture successive des liaisons**

- ▶ Propagation des dislocations \equiv glissement en bloc

⇒ Réseau tridimensionnel

- ▶ Densité de dislocation :
 - ▶ Métal recuit : $\rho_d \approx 10^6 - 10^8 \text{ cm.cm}^{-3}$,
 - ▶ Laminé à froid : $\rho_d \approx 10^{10} - 10^{12} \text{ cm.cm}^{-3}$.

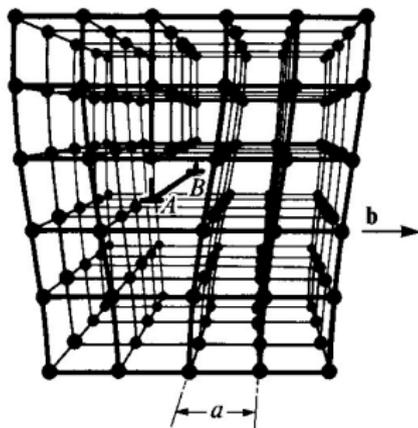


Schématisation de la formation d'une dislocation

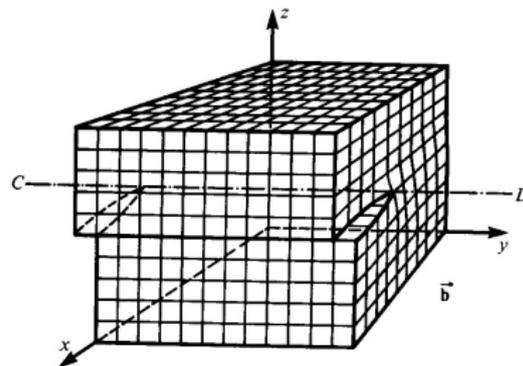
Plasticité

Types de dislocations

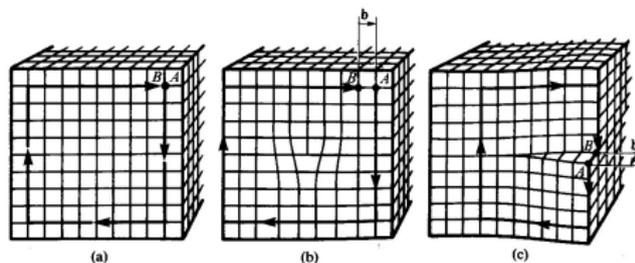
- ▶ coin : $\vec{b} \perp \vec{L}$
- ▶ vis : $\vec{b} \parallel \vec{L}$
- ▶ \vec{b} vecteur de Burgers donnant l'amplitude et la direction de glissement
 ⇒ dislocation mixte en réalité
Dislocation = défaut cristallin



Dislocation coin



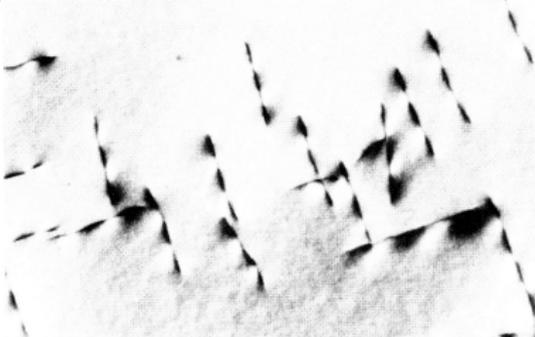
Dislocation vis



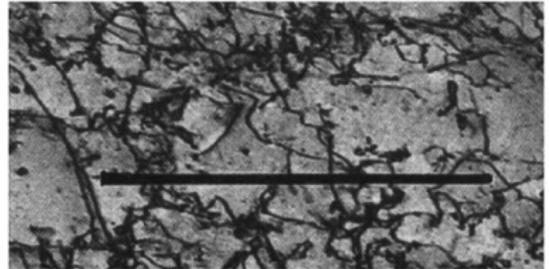
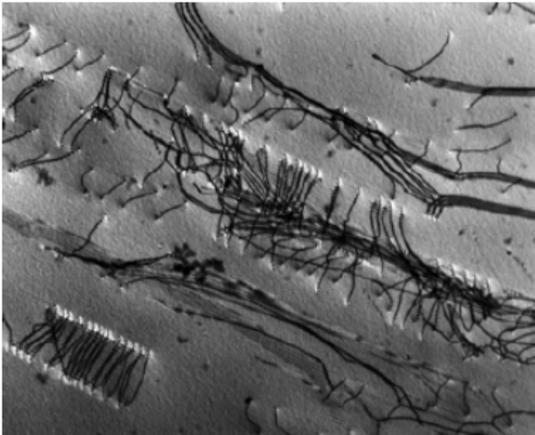
Vecteur de Burgers

Plasticité

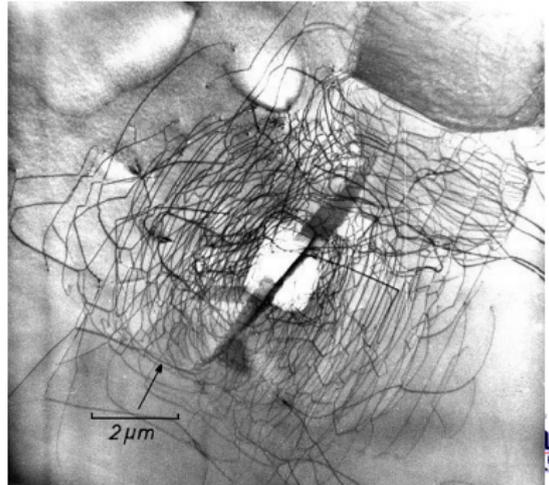
Observation des dislocations



Acier inoxydable, lame mince 100 nm d'épaisseur, longueur des dislocations ≈ 1000 atomes, observation au microscope électronique à transmission – image ci-dessus



Observation au microscope électronique à transmission



Plasticité

Systèmes de glissement – Loi de Schmid

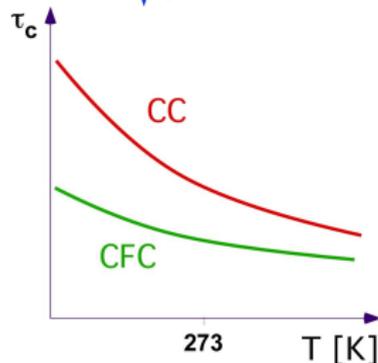
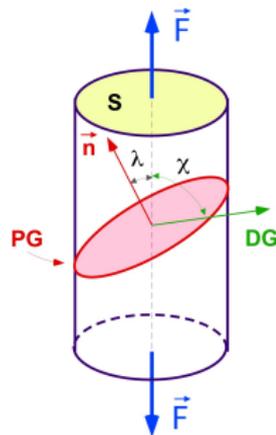
- ▶ Différents systèmes de glissement

Structure cristalline	Plans de glissement	Directions de glissement	Vecteur Burgers	Nombre de systèmes
CFC	{111}	$\langle 110 \rangle$	$\frac{a}{2} \langle 110 \rangle$	24
CC	{110} {112} {123}	$\langle 111 \rangle$	$\frac{a}{2} \langle 111 \rangle$	24
HC	{001} {101}	$\langle 110 \rangle$	$a \langle 110 \rangle$	6

- ▶ Relation de Schmid et Boas

$$\tau_c = \frac{F \cos \chi}{S / \cos \lambda} = \sigma \cdot \cos \chi \cdot \cos \lambda$$

- ▶ $\tau_c = f(\text{structure}, T, \text{pureté})$
- ▶ Influence de la température



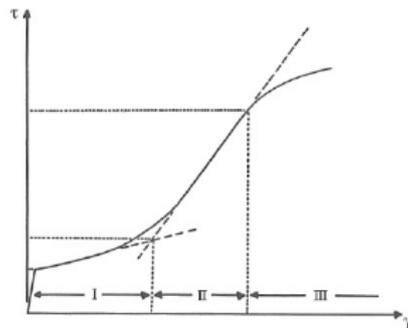
Cission critique – loi de Schmid, influence de la température

Plasticité

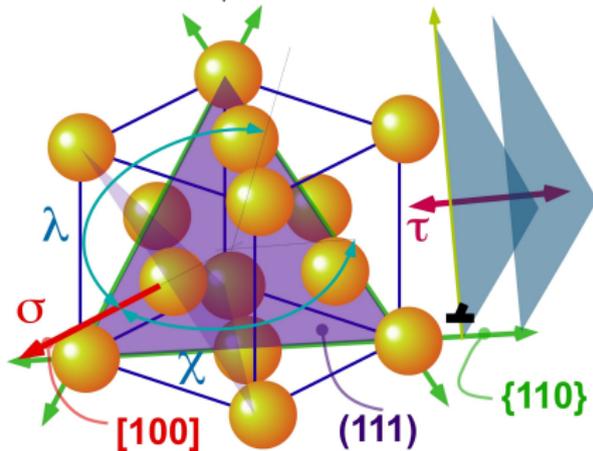
Systèmes de glissement – Passage du monocristal au polycristal 1/2

- ▶ Dans le monocristal
 - ▶ Système de glissement → plusieurs possibilités (fonction de $\cos \chi \cdot \cos \lambda$)
 - ▶ Activation non simultanée des plans de glissement
 - ▶ Loi de comportement du monocristal
 - ▶ **Élasticité** : déformation élastique du réseau cristallin ($\tau < \tau_C$)
 - ▶ **Stade I** (glissement facile) : premier système activé (plus grande cission résolue $\text{Max}(\cos \chi \cdot \cos \lambda)$) – $\frac{\partial \tau}{\partial \gamma} \approx 10^{-3} - 10^{-4} G^2$
 - ▶ **Stade II** (glissement double, écrouissage linéaire) : second système de glissement activé ⇒ interaction entre système, multiplication des dislocation – $\frac{\partial \tau}{\partial \gamma} \approx \frac{G}{300}$
 - ▶ **Stade III** (écrouissage parabolique) : deux phénomènes antagoniste : densité dislocation ↗ et probabilité d'anihilation ↘ → $\frac{\partial \tau}{\partial \gamma}$ ↘

$a \frac{\partial \tau}{\partial \gamma}$ taux de durcissement, G module de cisaillement



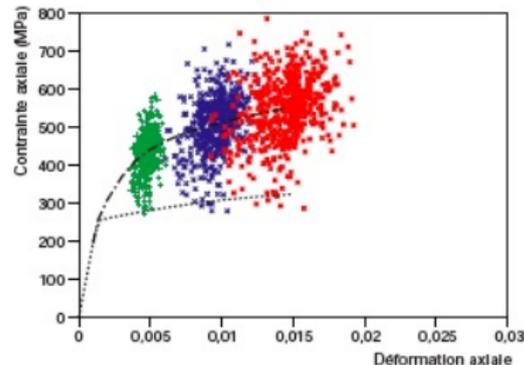
Loi de plasticité d'un monocristal



Plasticité

Systèmes de glissement – Passage du monocristal au polycristal 2/2

- ▶ Au niveau du polycristal
 - ▶ Activation non simultanée des plans de glissement au niveau de tous les grains (fonction de $\text{Max}(\text{Max}(\cos \chi \cdot \cos \lambda))) \Rightarrow$ localisation des déformations plastiques dans certains grains
 - ▶ Hétérogénéité des déformations au niveau du polycristal (même si macroscopiquement la contrainte appliquée est inférieure à la limite d'élasticité **macroscopique**)
 - ▶ Microplasticité \Rightarrow contribution à la « fatigue de matériaux polycristallins »



Plasticité

Systèmes de glissement – Cission critique

- ▶ Contrainte de Peierls-Nabarro τ_{PN} (permettant le mouvement d'une dislocation) – Résistance du réseau cristallin
 - ▶ Fonction de du type de liaison atomique
 - ▶ Dépend de la structure du cœur de la dislocation
 - ▶ Valeur minimale de la limite d'élasticité (contribution du monocristal)

Structure	$(\tau_{PN})_{OK} / \mu$
CFC et plan de base HC	$< 10^{-5}$
CC et HC (sauf plan de base)	$\approx 10^{-5}$
Cristaux ioniques	10^{-2} à $3 \cdot 10^{-2}$
Cristaux covalents	$2 \cdot 10^{-2}$ à $5 \cdot 10^{-2}$

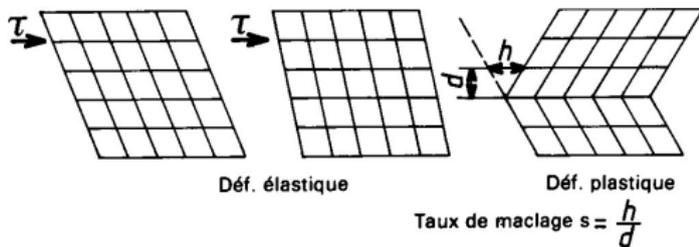
- ▶ Cission critique par cisaillement pur τ_{crit}
 - ▶ Rupture simultanée de toutes les liaisons atomiques dans le plan de glissement
 - ▶ De l'ordre de $\frac{\mu}{10}$
 - ▶ Valeur maximale de la limite d'élasticité (contribution du monocristal)

Plasticité

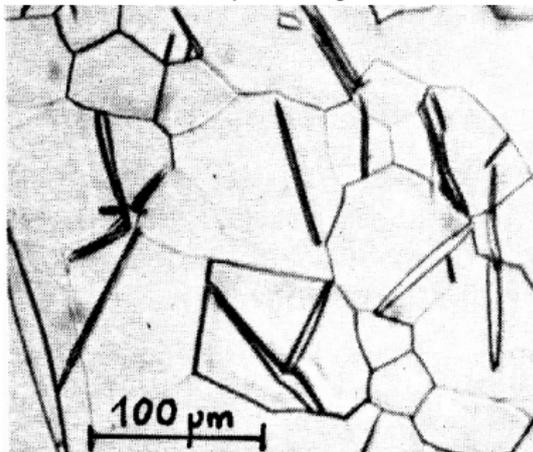
Maclage

- ▶ Translation de plusieurs plans cristallins par rapport à un plan de macle suivant une direction de maclage
- ▶ Notion de taux de maclage
- ▶ Dépendance par rapport au système cristallin

Structure cristalline	Plans de macle	Directions de macle	Taux de maclage
CFC	{111}	$\langle 112 \rangle$	0,707
CC	{112}	$\langle 111 \rangle$	0,707
HC	{102}	$\langle 101 \rangle$	<0,150



Principe du maclage

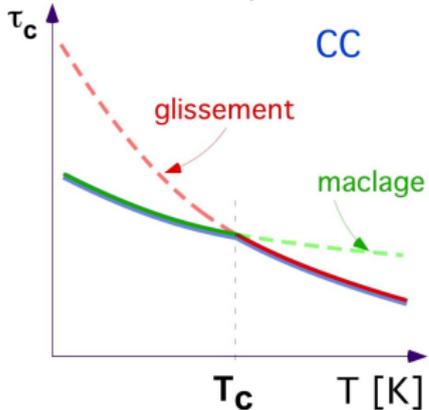


Grains d'austénite maclés

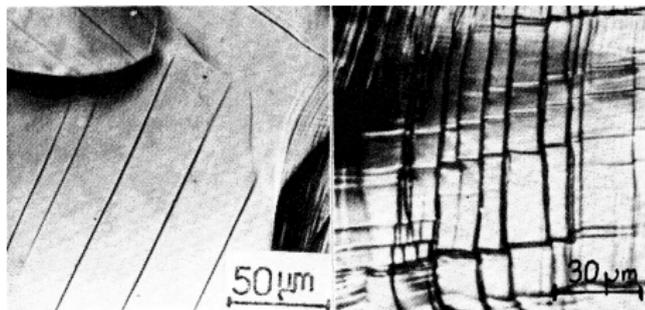
Plasticité

Maclage – Comparaison au glissement

► Effet de la température



► Microstructure



Bandes de glissement

Plasticité

Défauts cristallins

Objectif

- ▶ Augmentation des caractéristiques mécaniques

Réduire les mouvements des dislocations \Rightarrow Création de défauts dans le cristal

Ne pas avoir les dislocations \Rightarrow Matériaux filamenteux (Wiskers)

Moyens

- ▶ Mobilité des dislocations intrinsèquement difficile : céramique (matériaux covalents ou ioniques)
- ▶ Création de défauts cristallins : interaction avec les dislocations
 - ▶ défauts linéaires : dislocations
 - ▶ défauts ponctuels
 - ▶ défauts plans
 - ▶ défauts volumiques
- ▶ Métallurgie, conception des alliages
- ▶ Mise en œuvre des matériaux

Plasticité

Mécanisme de Frank-Read

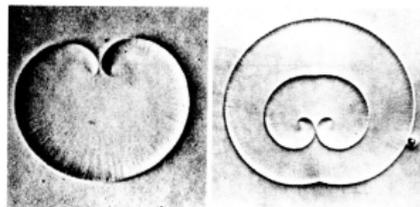
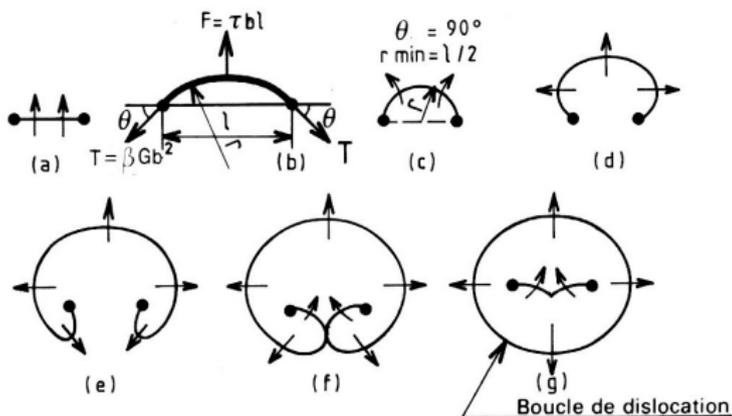
► Multiplication des dislocations

- Densité de dislocation-déformation plastique :

$$\epsilon_p = \rho_d b \bar{x}$$

\bar{x} : déplacement moyen des dislocations

- A.N. : métal recuit $\bar{x} \approx$ taille des grains = 10^{-2} cm, $\rho_d \approx 10^8$ cm.cm $^{-3}$, $b \approx 2.10^{-8}$ cm
 $\Rightarrow \epsilon_p \approx 2.10^{-2}$ soit 2% (faible 100% observée)
 \Rightarrow formation de dislocation durant la déformation

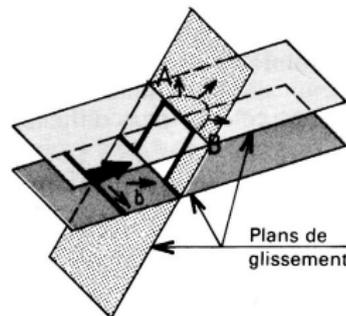
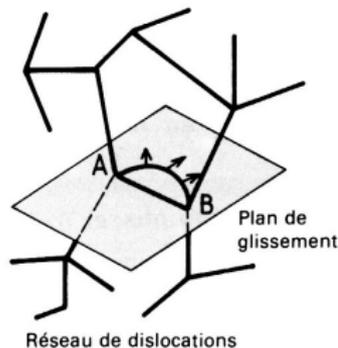
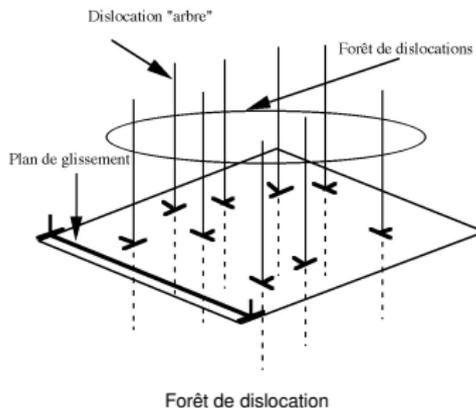


Génération des dislocations, boucles des dislocations

Plasticité

Réseau de dislocations

- ▶ Aspect tridimensionnel
 - ▶ Famille de plans, plans de glissement multiples
 - ▶ Intersection des plans de glissement
- ▶ Notion de forêt de dislocation
 - ▶ Encreage des dislocations
 - ▶ Influence de la densité de dislocation



Effet tridimensionnel

Plasticité

Durcissement lié aux dislocations

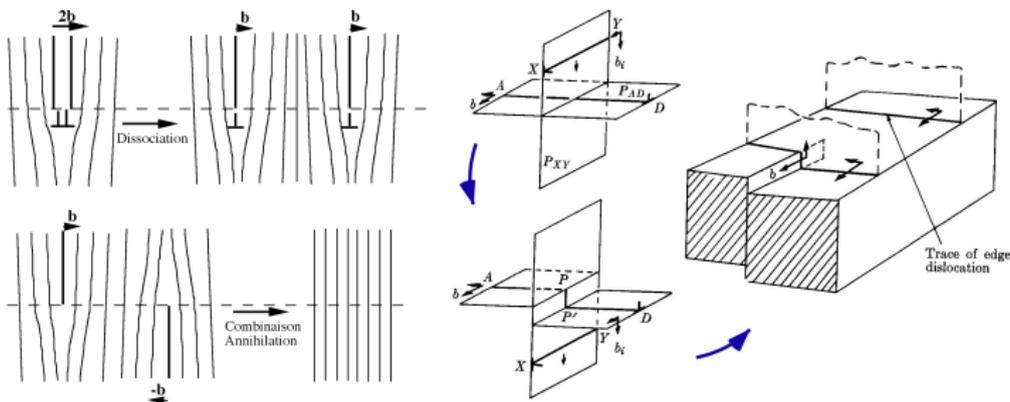
- ▶ Interaction à courte distance entre dislocations (attractive, répulsive) → freinage
- ▶ Crans sur dislocation
- ▶ Champ de contraintes internes à « longue distance »
- ▶ Contribution sur la limite d'écoulement

$$\sigma_d = \sigma_f + \alpha \mu b \sqrt{\rho_d}$$

ρ_d densité de dislocation, μ module de cisaillement, $0,5 < \alpha < 1,5$

▶ Exemple

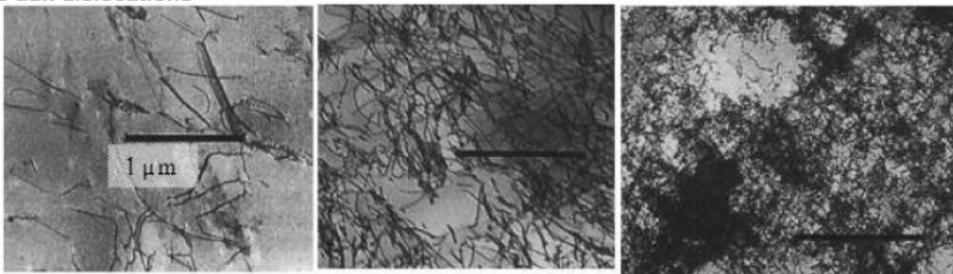
- ▶ Acier recuit $\alpha \mu b \sqrt{\rho_d} \approx 10^{-4}$ à $10^{-3} \mu$
- ▶ Acier écroui $\alpha \mu b \sqrt{\rho_d} \approx 10^{-3}$ à $10^{-2} \mu$



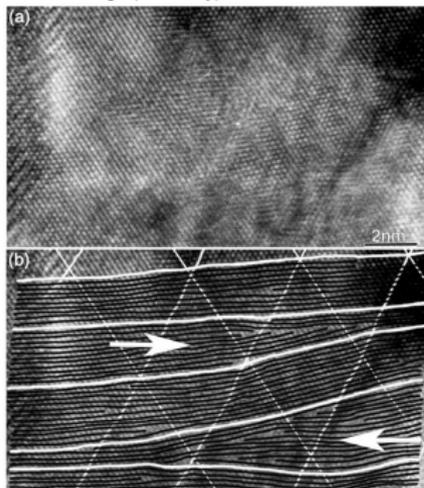
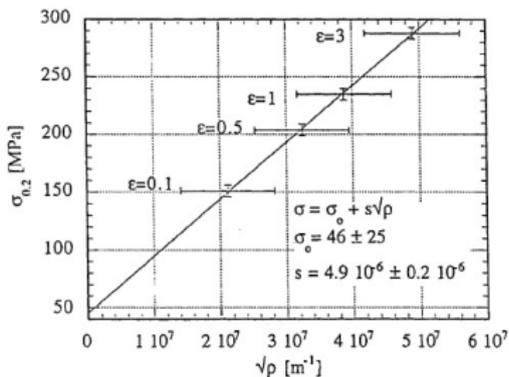
Interaction entre dislocations et cran sur dislocation

Plasticité

Durcissement lié aux dislocations



Évolution de la densité de dislocation par écouissage (Hastalloy)

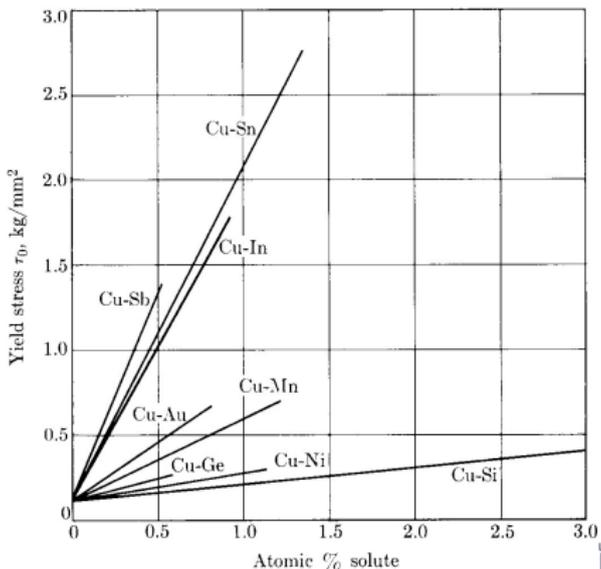
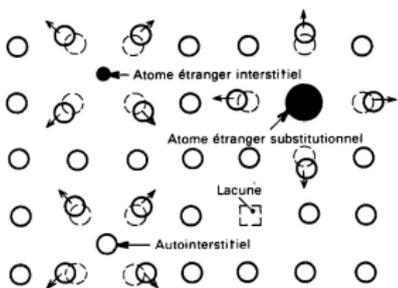


Effet de la densité des dislocation sur la limite d'élasticité – Interaction entre dislocations

Plasticité

Durcissement – Défauts ponctuels

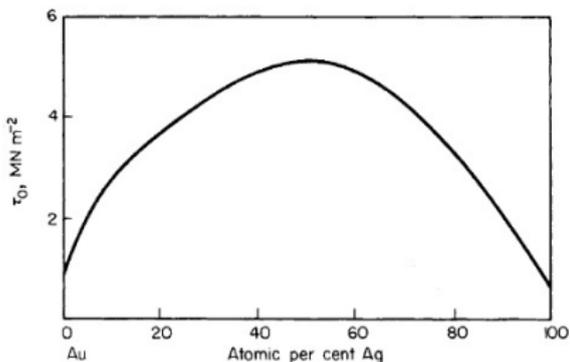
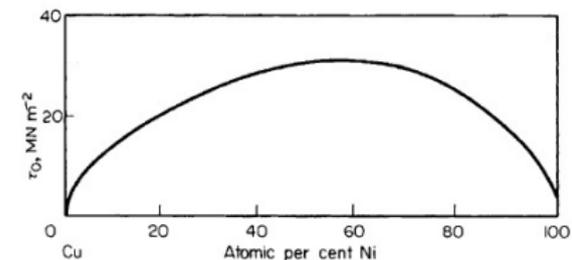
- ▶ Atome de la matrice en position interstitielle (ou auto-interstitielle)
- ▶ Atome étranger en position interstitielle, atome de petite dimension (C, H, O, N, B),
- ▶ Atome étranger en position substitutionnelle (Mn, Cr, Ni, Ti, Mo, S,...)
- ▶ Site du réseau vacant (lacune)



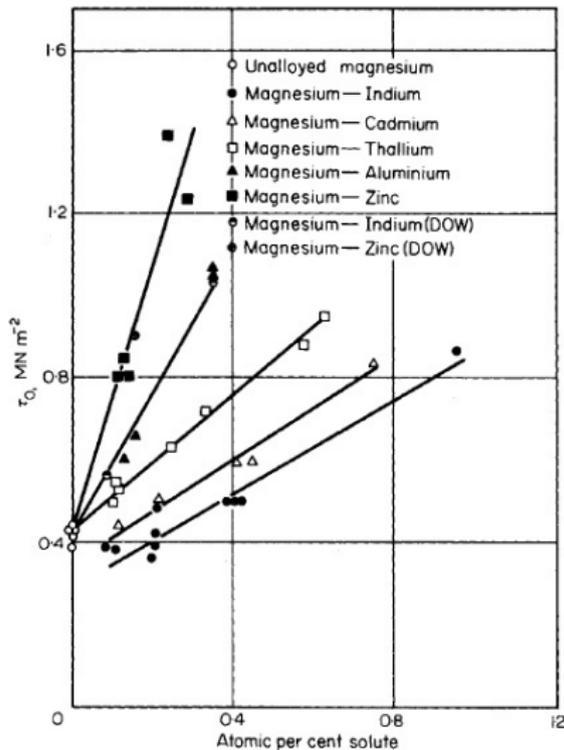
Interaction entre dislocations et atomes en solutions solides

Plasticité

Durcissement – Défauts ponctuels



Effet de solutions solide



Cas du magnésium

Plasticité

Durcissement – Défauts ponctuels – Effet de la mobilité des atomes par rapport aux dislocations

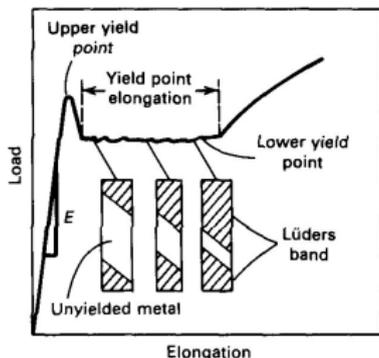
- ▶ Atomes peu mobiles



- ▶ Atomes mobiles : compétition entre le mouvement des dislocations et des atomes de petites dimensions (C,N,..) → phénomènes d'instabilité plastique

- ▶ Bande de Piobert-Lüders

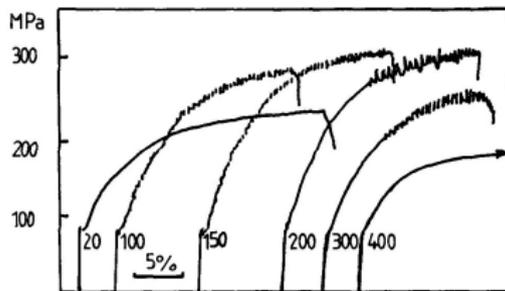
- ▶ Blocage des dislocation par des atomes d'impuretés (C,N)
- ▶ Phénomène d'avalanche de dislocation
- ▶ Apparition de bande lorsque $\sigma > R_{eH}$
- ▶ Écrouissage reprend → toutes les bandes ont envahi l'éprouvette



Bandes de glissement – acier bas carbone

- ▶ Phénomène de Portevin-Le Chatelier

- ▶ Insuffisance d'impuretés pour bloquer les dislocations → crochets successifs sur la courbe de traction
- ▶ Influence de la température et de la vitesse de déformation
- ▶ Aluminium et acier doux entre 200 et 300°C.



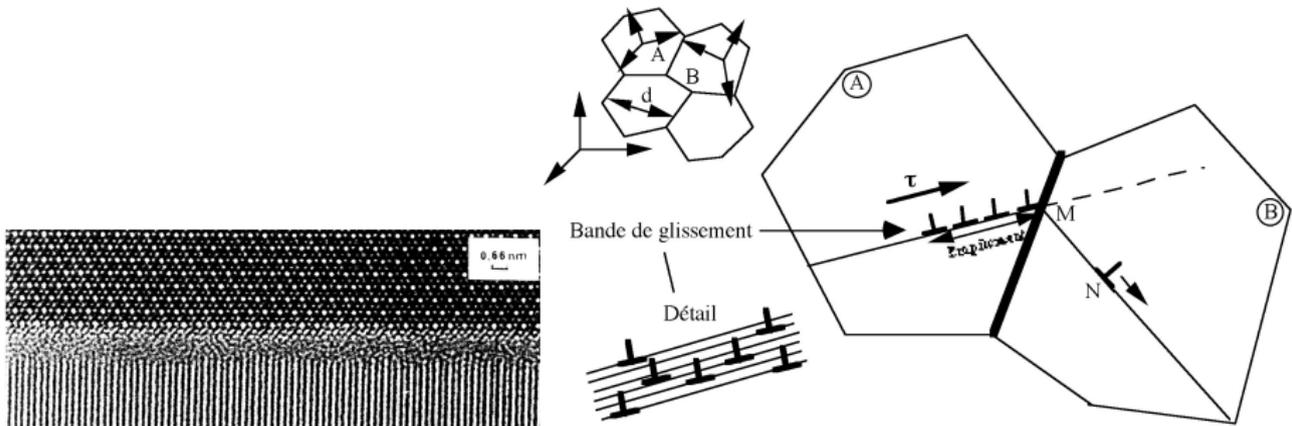
Phénomène de Portevin-Le Chatelier dans le cas d'un acier doux

- ▶ Vieillissement des aciers bas carbone

Plasticité

Durcissement – Défauts plans - Joint de grain (JG)

- ▶ Surface libre : interface solide / gaz \Rightarrow notion d'énergie de surface
- ▶ Joint de grain : zone de faible épaisseur entre deux orientations cristalline
 - ▶ Orientation différentes de part et d'autre du joint \Rightarrow infranchissable par les dislocations
 - ▶ JG $\nearrow \Rightarrow$ mouvement des dislocations \searrow
 - ▶ Blocage des dislocations (empilement au voisinage du JG)



Joints de grain, empilement des dislocations

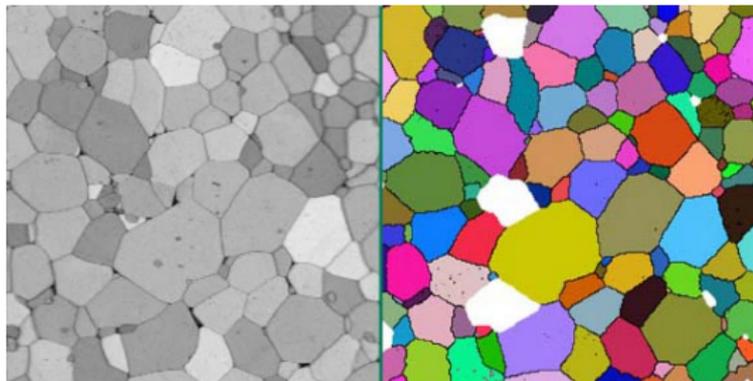
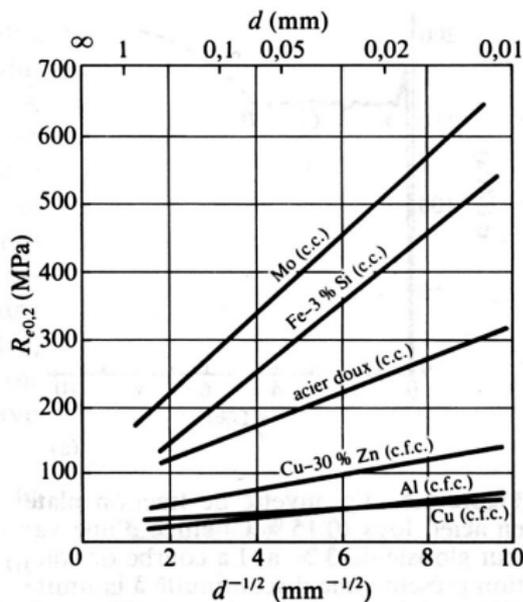
Plasticité

Durcissement – Défauts plans - Effet de la taille des grains 1/2

- ▶ Conséquences sur les propriétés mécaniques
 - ▶ Influence de la taille des grains (relation de Hall-Petch – expérimentale)

$$\sigma_y = \sigma_i + k_y d^{-1/2}$$

avec σ_i autres contributions au durcissement et $0 < k_y < 2 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$

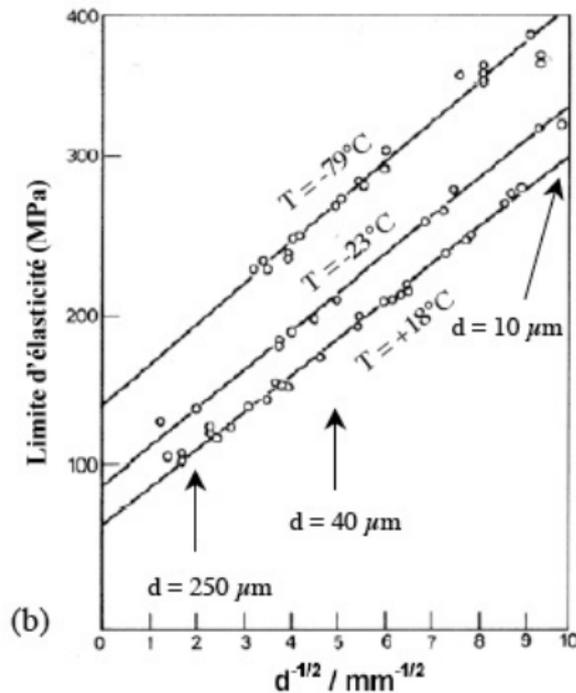
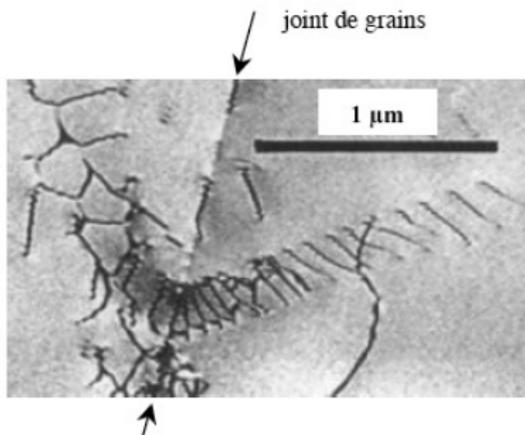


Taille des grains, orientation

Plasticité

Durcissement – Défauts plans - Effet de la taille des grains 2/2

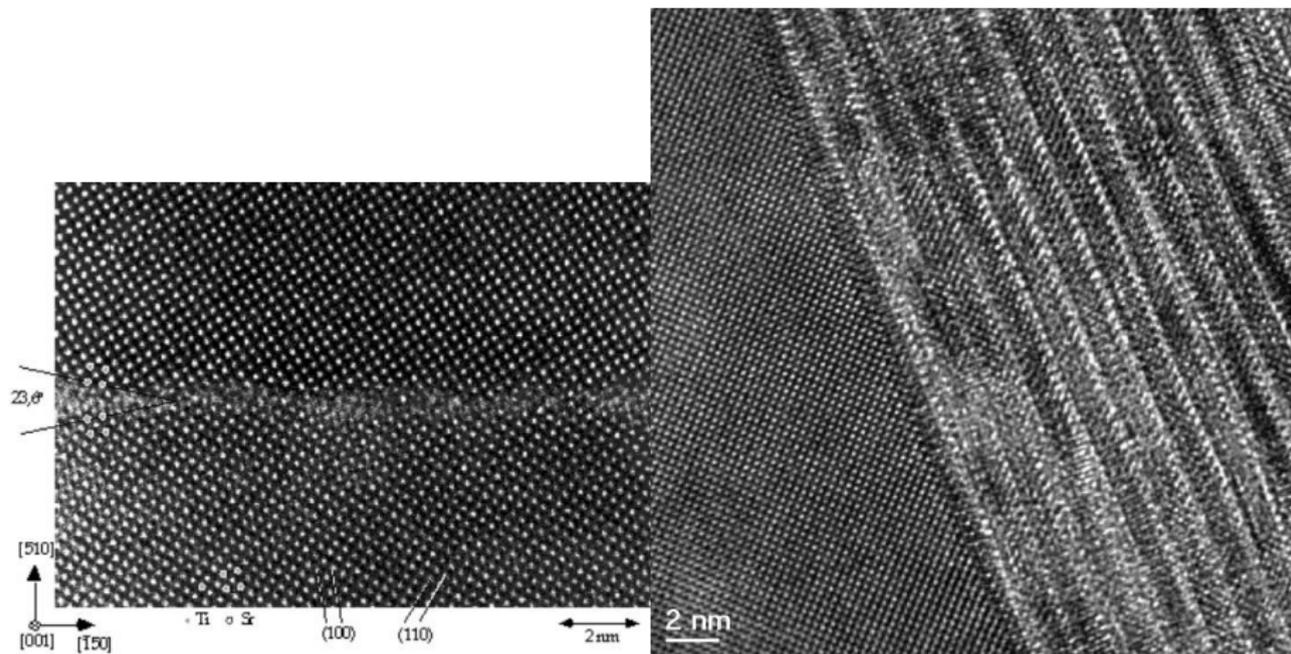
- Interaction dislocations / joints de grain



Taille des grains, orientation

Plasticité

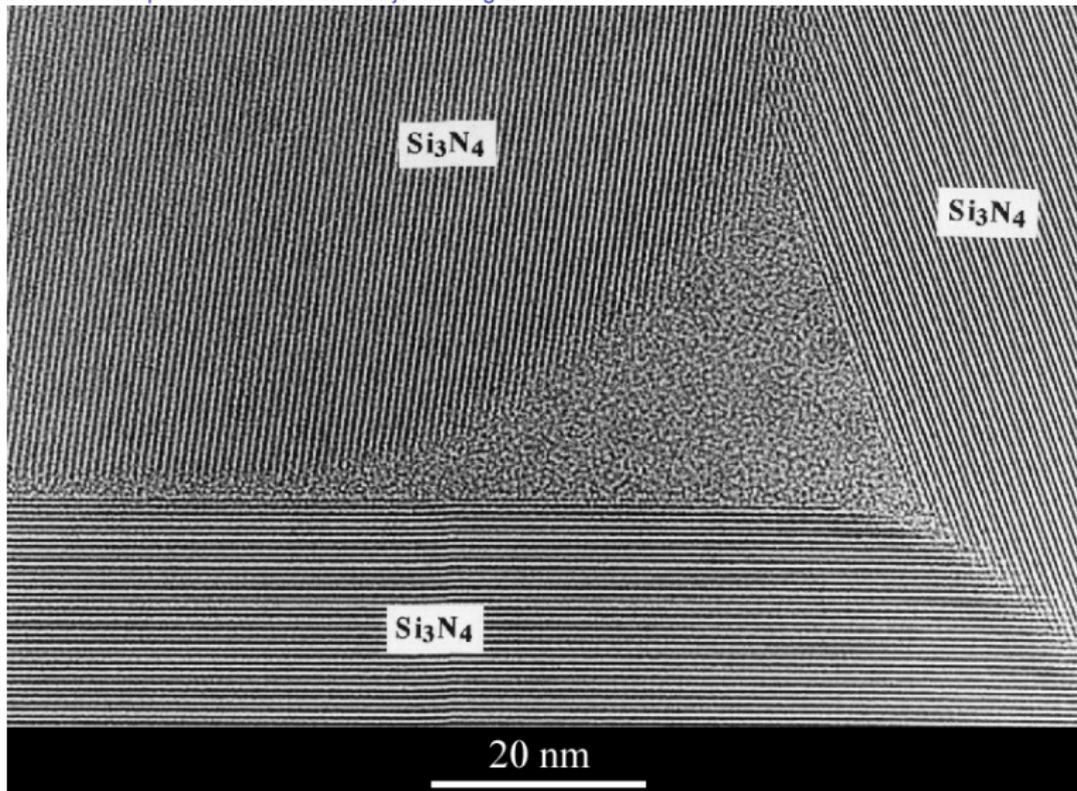
Durcissement – Défauts plans - Observation des joints de grain 1/2



Joints de grain, SrTiO₃, YBCo sur SrTi

Plasticité

Durcissement – Défauts plans - Observation des joints de grain 2/2



Joints de grain dans du nitrure de silicium Si_3N_4

Plasticité

Durcissement – Précipités

► Effet d'interface entre 2 phases

► Précipités cohérents

- Cohérence entre plans atomiques

- Cisaillement des précipités

$$\tau_{ci} = K \bar{D}_s^A f^B \gamma^C \text{ avec } 0 < A < \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{3} < B < \frac{1}{2}, 1 < C < \frac{2}{3}$$

- Fonction du diamètre moyen surfacique \bar{D}_s , de la fraction volumique f , de l'énergie d'interface précipité / matrice γ

- Précipité généralement de petite dimension, mais pas tout le temps (ex. précipités γ/γ' dans les alliages bases nickel)

► Précipités incohérents

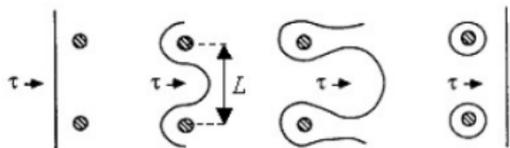
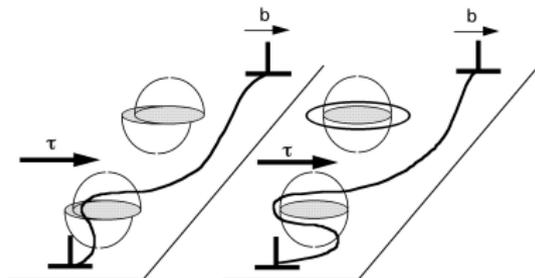
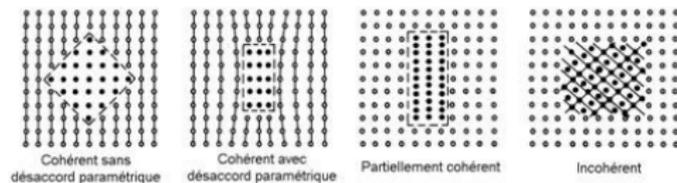
- Réseau de la matrice \neq réseau du précipité
- Contournement des précipités

$$\tau_{co} = \frac{D\mu b}{2\pi L} \ln\left(\frac{D_s}{2b} + E\right)$$

- Fonction de la distance entre précipités L

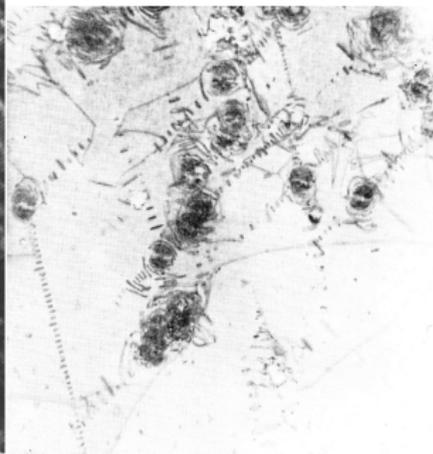
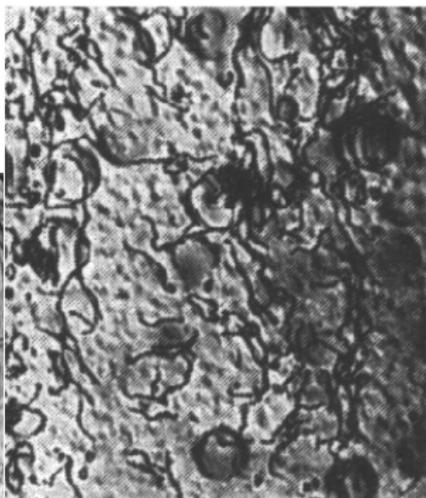
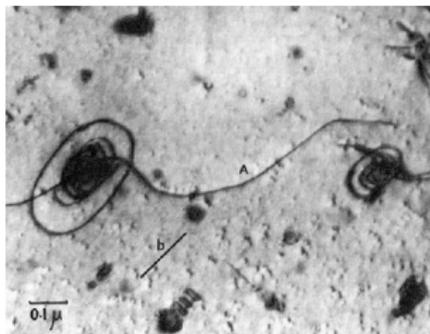
► Précipités semi-cohérents

- Cohérence suivant certains plans cristallographique



Plasticité

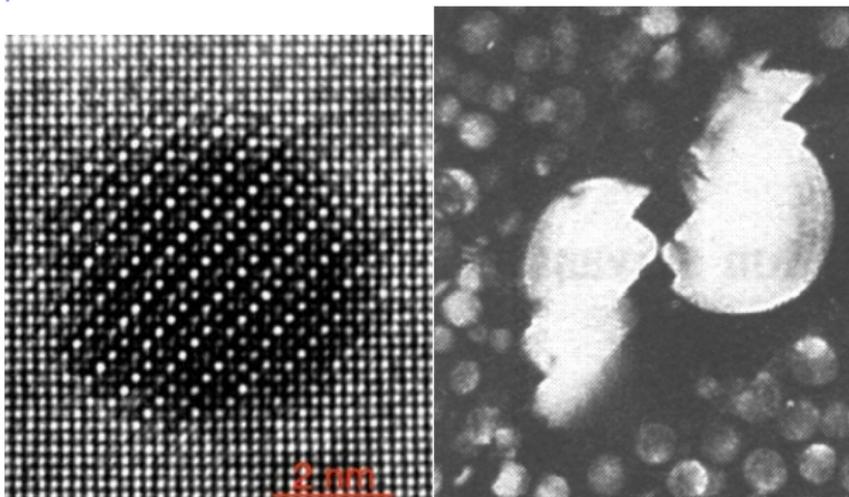
Durcissement – Précipités - Contournement



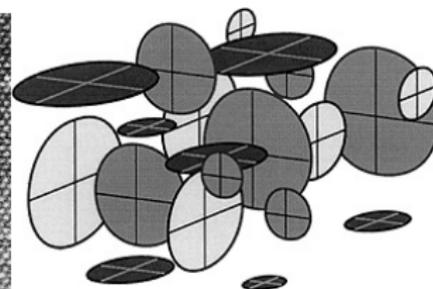
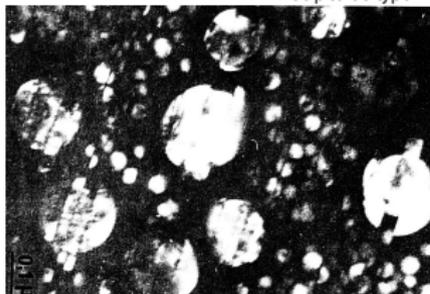
Boucles de dislocations – Précipités contournés

Plasticité

Durcissement – Précipités - Cisaillement



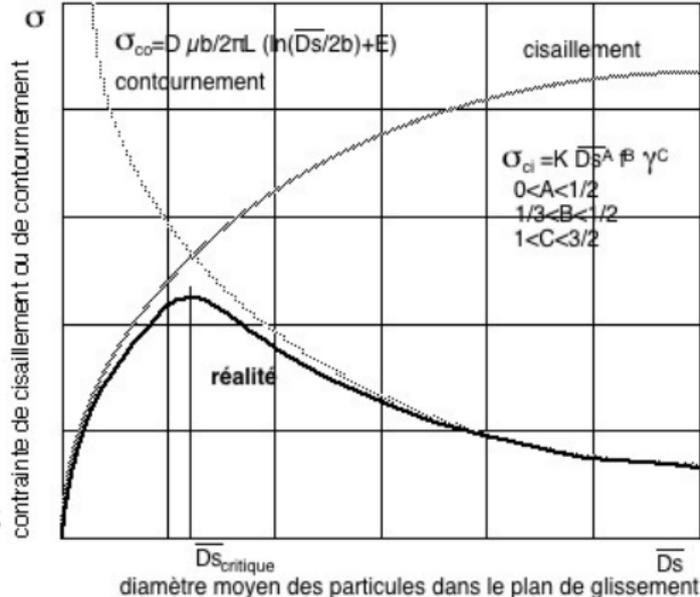
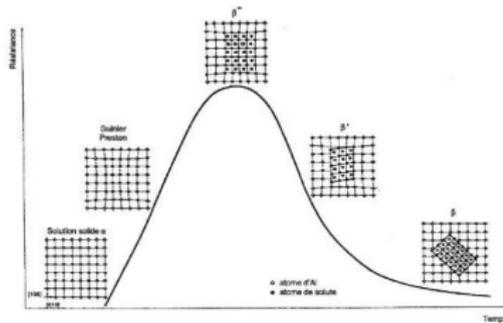
Précipité de type Al-4Cu-0,05Sn / matrice Al – Précipités cisailés – Zones Guinier-Preston



Plasticité

Durcissement – Cisaillement / contournement

- ▶ Durcissement liée à la taille des précipités
- ▶ Taille obtenue par traitement thermique (Ex. : maturation des alliages d'aluminium)



Plasticité

Durcissement – Résumé

- ▶ Loi de comportement (σ - ϵ) fonction de la limite d'élasticité locale :

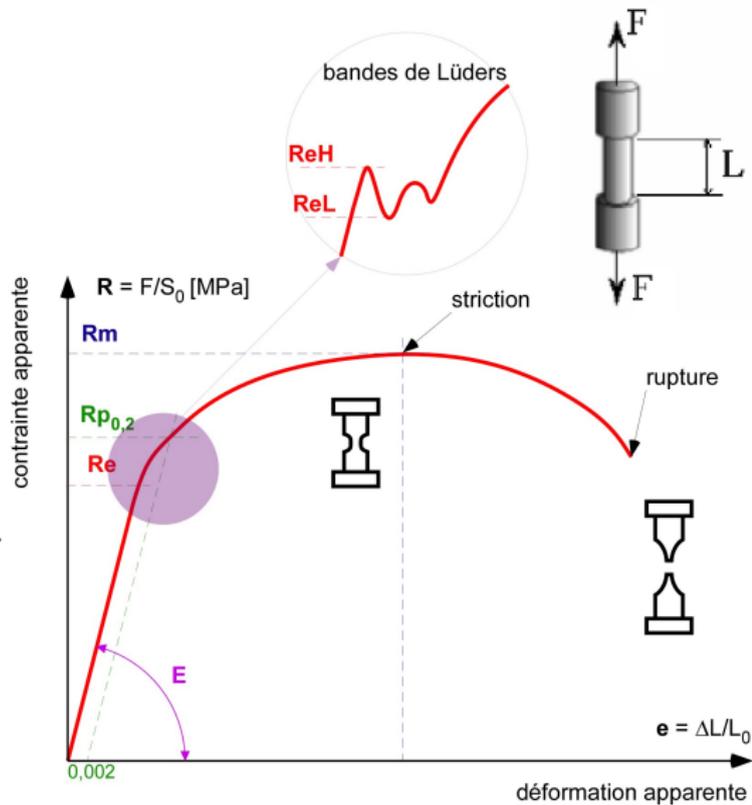
$$\sigma_y = \sigma_{PN} + \sigma_{SS} + \sigma_{PP} + \frac{k_y}{\sqrt{d}} + \alpha\mu b\sqrt{\rho}$$

- ▶ σ_{PN} : effet de la résistance du réseau cristallin (force de Pearl-Nabarro)
 - ▶ σ_{SS} : effet des atomes en substitution (solution solide) et en insertion
 - ▶ σ_{PP} : effet des précipités
 - ▶ $\frac{k_y}{\sqrt{d}}$: effet de la taille des grains
 - ▶ $\alpha\mu b\sqrt{\rho}$: effet de la densité des dislocations
- ▶ Passage du monocristal au polycristal
 - ▶ Difficulté, interaction entre grains
 - ▶ Prise en compte des différentes échelles

Comportement élastoplastique

Essai de traction – Courbe conventionnelle de traction

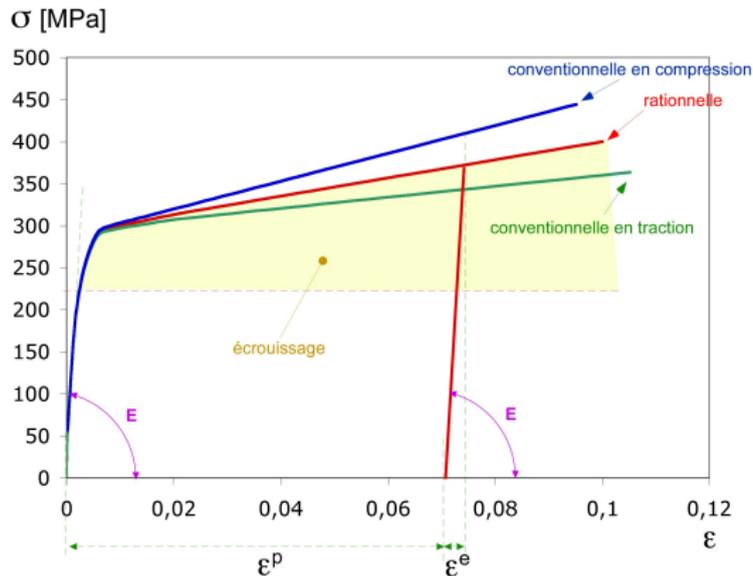
- ▶ Contrainte apparente : $R = \frac{F}{S_0}$, F force appliquée, S_0 section initiale de l'éprouvette
- ▶ Déformation apparente : $e = \frac{L-L_0}{L_0}$, L longueur de l'éprouvette sous charge, L_0 longueur initiale
- ▶ Contrainte apparente maximale : R_m (résistance mécanique)
- ▶ Limite d'élasticité apparente : R_e
- ▶ Limite d'élasticité conventionnelle pour 0,2% de déformation plastique : $R_{p0,2}$
- ▶ Limite d'élasticité haute ou basse (acier bas carbone) : R_{eH} , R_{eL}



Comportement élastoplastique

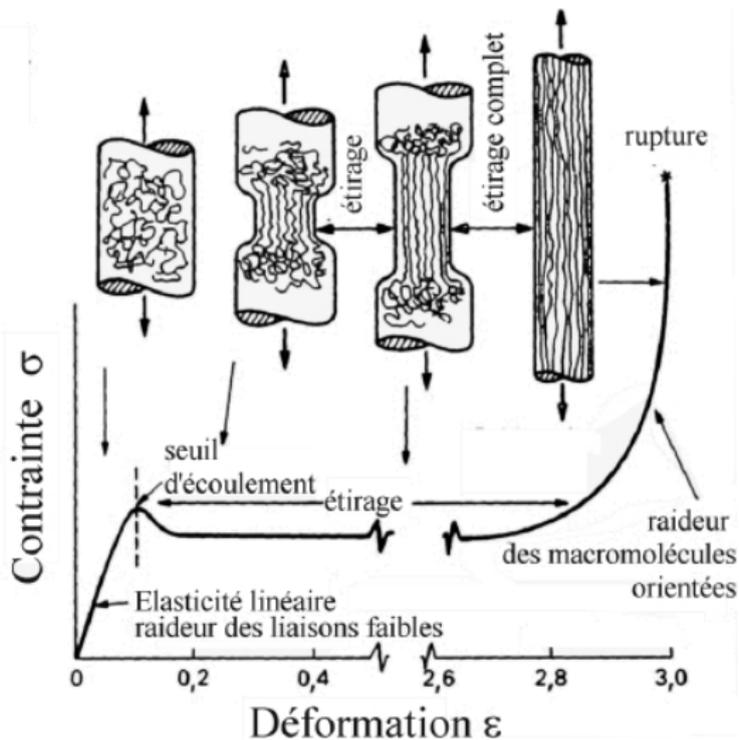
Essai de traction – Courbe rationnelle de traction

- ▶ Contrainte (vraie) : $\sigma = \frac{F}{S}$, F force appliquée, S section de l'éprouvette sous charge
- ▶ Déformation (vraie) : $d\epsilon = \frac{dL}{L}$, L longueur de l'éprouvette sous charge
- ▶ Relation en courbe rationnelle et courbe conventionnelle :
 - ▶ Hypothèse : déformation à volume constant $\frac{\Delta V}{V} = 0 \Rightarrow S_0 L_0 = SL$
 - ▶ Contrainte : $\sigma = R(1 + e)$
 - ▶ Déformation : $d\epsilon = \frac{du}{u} \Rightarrow \epsilon = \int_{L_0}^L \frac{du}{u} \Rightarrow \epsilon = \ln(1 + e)$
 - ▶ Relation approximative car $\frac{\Delta V}{V} \neq 0$ dans le domaine d'élasticité



Comportement élastoplastique

Essai de traction – Cas des polymères



Comportement élastoplastique

Essai de traction – Loi de comportement

► Modélisation de la courbe rationnelle de traction :

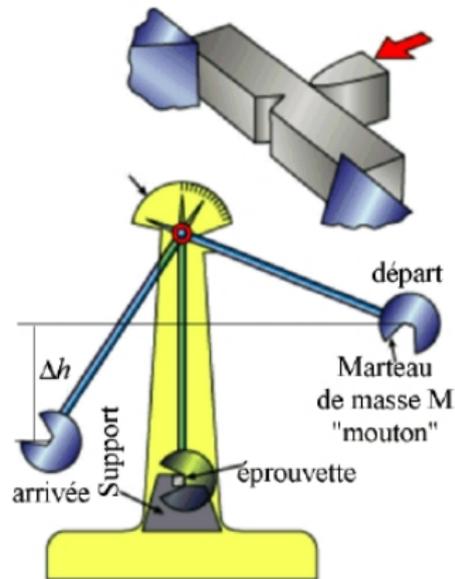
- Holomon : $\sigma = k\epsilon^n$
- Ludwig : $\sigma = \sigma_0 + k'\epsilon^{n'}$
- Ramberg-Osgood : $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$, $\epsilon^e = \frac{\sigma}{E}$ et

$$\frac{\epsilon^p}{\epsilon_0^p} = k'' \left(\exp \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n''} \text{ avec } \sigma_0 = R_{p0,2} \text{ par exemple}$$
 ($\epsilon_0^p = 0,002$)
- n , n' et n'' coefficients d'écroissage.

Comportement élastoplastique

Essai de résilience par flexion Charpy – Essai de résilience

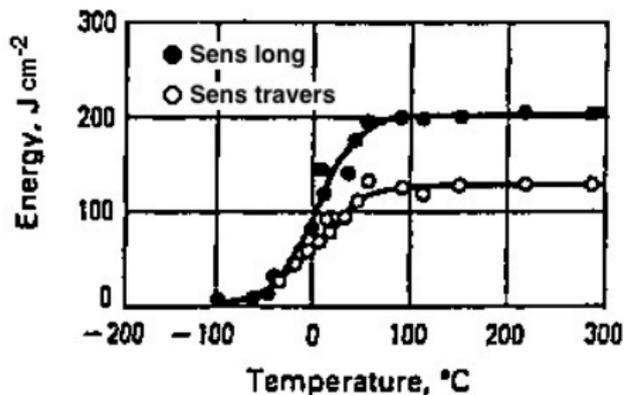
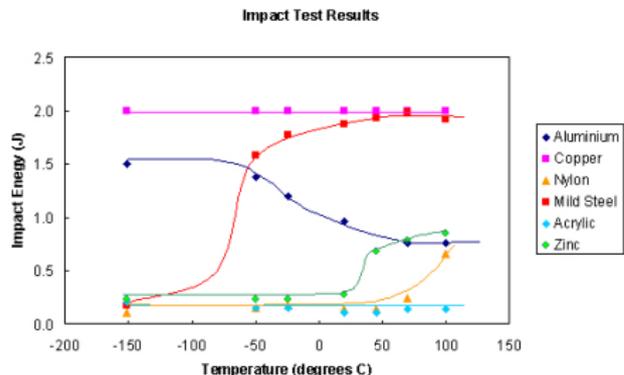
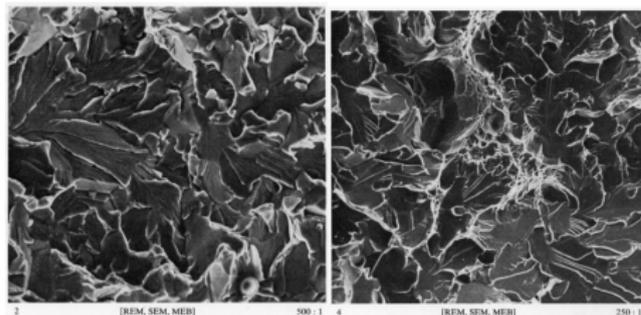
- ▶ Essai le plus classique et le plus ancien
- ▶ Facteur fragilisant des matériaux :
 - ▶ entaille dans l'éprouvette (triaxialité des contraintes)
 - ▶ abaissement de la température
 - ▶ augmentation de la vitesse de déformation
 - ▶ augmentation de la dimension des pièces
- ▶ Résilience =
$$\frac{\text{énergie absorbée par la rupture [Joules]}}{\text{section au droit de l'entaille [cm}^2\text{]}}$$
- ▶ Éprouvette normalisée, entaille en U ou en V
- ▶ KU ou KV : énergie absorbée (Joules)
- ▶ KCU ou KCV : résilience (Joules.cm⁻²)



Comportement élastoplastique

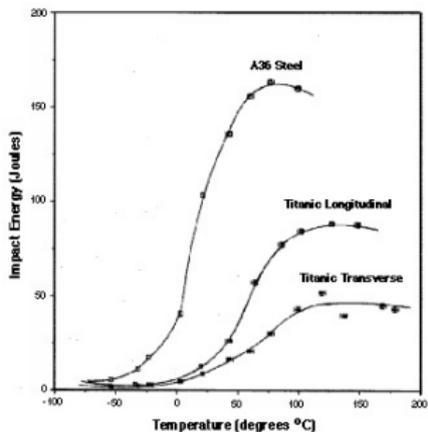
Essai de résilience par flexion Charpy – Effet de la température

- ▶ $T \nearrow \Rightarrow$ résilience \nearrow
- ▶ Notion de température de transition ductile-fragile
- ▶ Effet de la structure cristalline sur la transition
- ▶ Faciès de rupture fonction du type de rupture (fragile ou ductile)

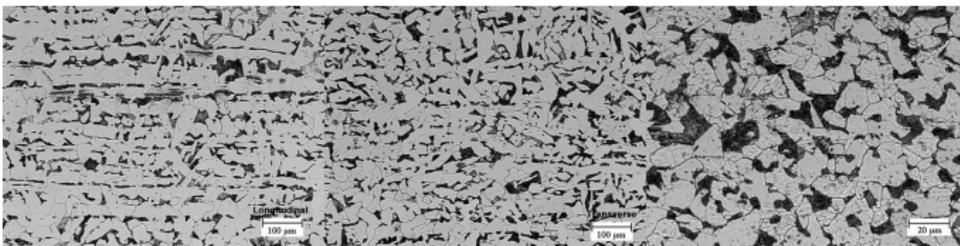


Comportement élastoplastique

Essai de résilience par flexion Charpy – Cas du Titanic



Influence de la température



Micrographie de l'acier du Titanic : sens long, sens travers – Acier A36 (ASTM)

Comportement élastoplastique

Ténacité, ductilité

- ▶ Ténacité à la rupture
 - ▶ Travail nécessaire par unité de volume pour provoquer la rupture
 - ▶ $\frac{dW}{dV} = \int_0^{\epsilon_r} \sigma d\epsilon$ en MPa
- ▶ Ductilité à la rupture
 - ▶ Comportement de matériau durant la striction
 - ▶ Coefficient de striction $Z = \frac{S_0 - S_r}{S_0}$
 - ▶ Z grand ($>0,5$) : matériau ductile
 - ▶ Z est faible ($>0,1$) : matériau semi-fragile
 - ▶ $Z = 0$: matériau fragile, la rupture à lieu dans le domaine d'élasticité

Bibliographie

Quelques titres

Ouvrages généraux sur les matériaux

- ▶ *Des matériaux* - J.-M. Dorlot, J.-P. Baïlon, J. Masounave - Éd. de l'École Polytechnique de Montréal, 1986

Polymère

- ▶ *Précis de matières plastiques - Structures, propriétés, mise en œuvre et normalisation* - J.-P. Trotignon, M. Piperaud, J. Verdu, A. Dobraczynski. Ed. Nathan, 1982

Propriétés mécaniques des matériaux

- ▶ *Engineering Materials 2*, 3^{ème} édition - M.F. Ashby, D.R.H. Jones, Ed. Elsevier, 2005
- ▶ *Mechanical Behaviour of Materials* - F.A. McClintock, A.S. Argon. Ed. Addison Wesley, 1966